



Regolo calcolatore per cemento armato Faber Castell 3/31 Statik Istruzioni d'uso

a cura dell'ing. Alessandro Manni

Premessa

Il regolo calcolatore Faber Castell 3/31Statik⁽¹⁾ è uno dei più interessanti regoli per il calcolo del cemento armato che circolarono fra gli anni '50 e gli anni '60. Si tratta di un regolo piuttosto raro e del quale, purtroppo, non risultano disponibili copie delle istruzioni originali.

Di questo regolo vi sono fortunatamente due modelli analoghi, sia pure con funzionalità più limitate: il regolo da tasca Faber Castell 67/21, ed il regolo da tavolo Faber Castell 3/11, le cui istruzioni d'uso, ancor oggi reperibili, hanno costituito la base per il presente lavoro. Tali istruzioni, di estrema utilità per la conoscenza delle funzionalità principali del regolo 3/31 Statik per il calcolo delle sezioni sollecitate a flessione semplice e composta, sono tuttavia insufficienti per conoscerne il pieno funzionamento. Un ulteriore contributo è fornito delle istruzioni del regolo Faber Castell 2/31 che, seppure riferite ad un regolo concepito in maniera assai diversa rispetto al 3/31, consentono di estrapolare a quest'ultimo alcuni concetti, così da poter pervenire all'uso di talune funzionalità non presenti nei citati modelli analoghi 67/21 e 3/11.

Ho dunque cercato di coordinare tutto il materiale disponibile e di fornire anche il mio personale contributo per fornire una guida completa espressamente concepita per il modello 3/31 Statik, in grado di illustrarne con adeguati esempi tutte le funzionalità.

Sarò grato a quanti vorranno segnalare eventuali errori nel testo, ovvero integrazioni o comunque suggerimenti utili.

Alessandro Manni

manni.a@katamail.com

¹ Statique, nella versione francese

Regolo Faber Castell 3/31 Statik

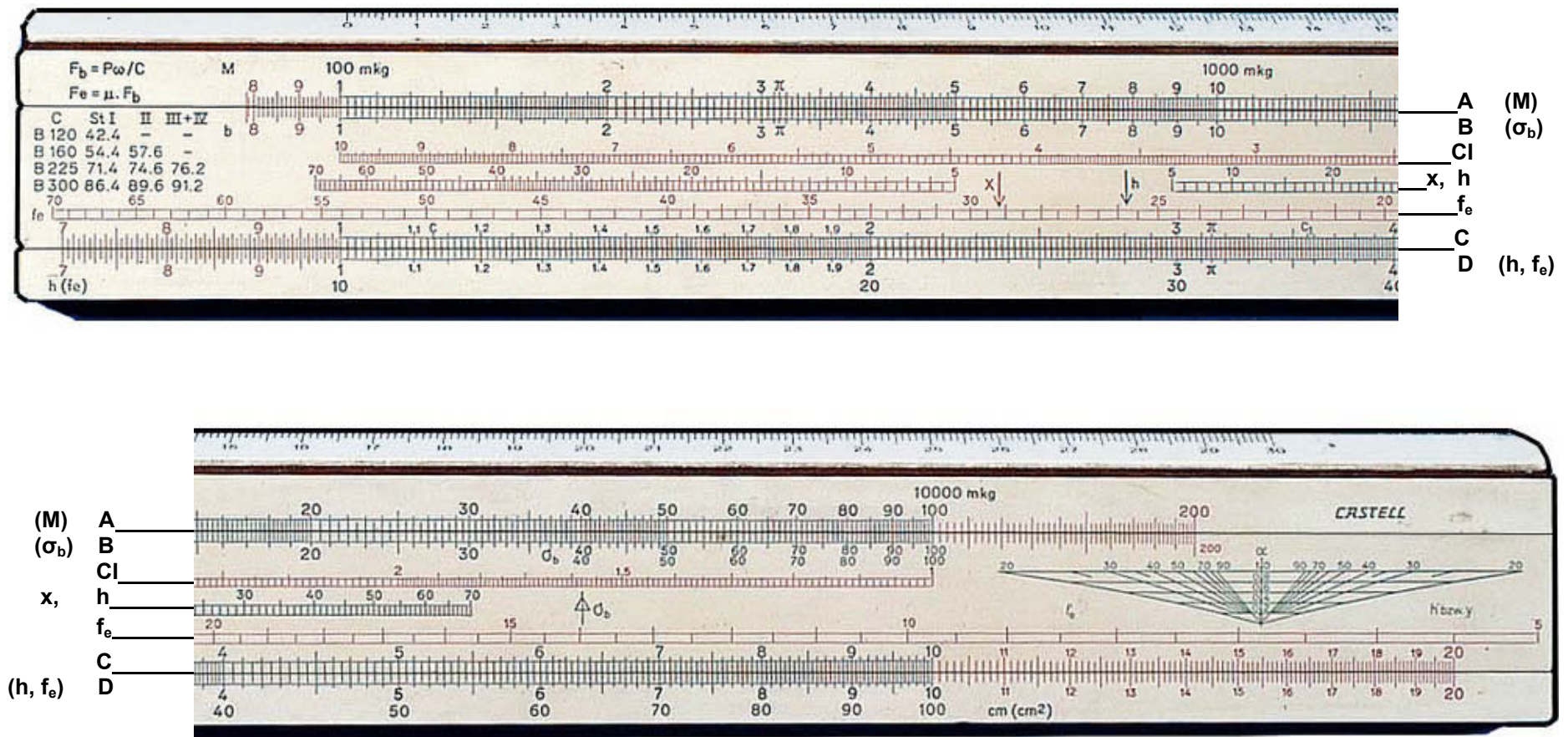


Fig. 1 - Fronte

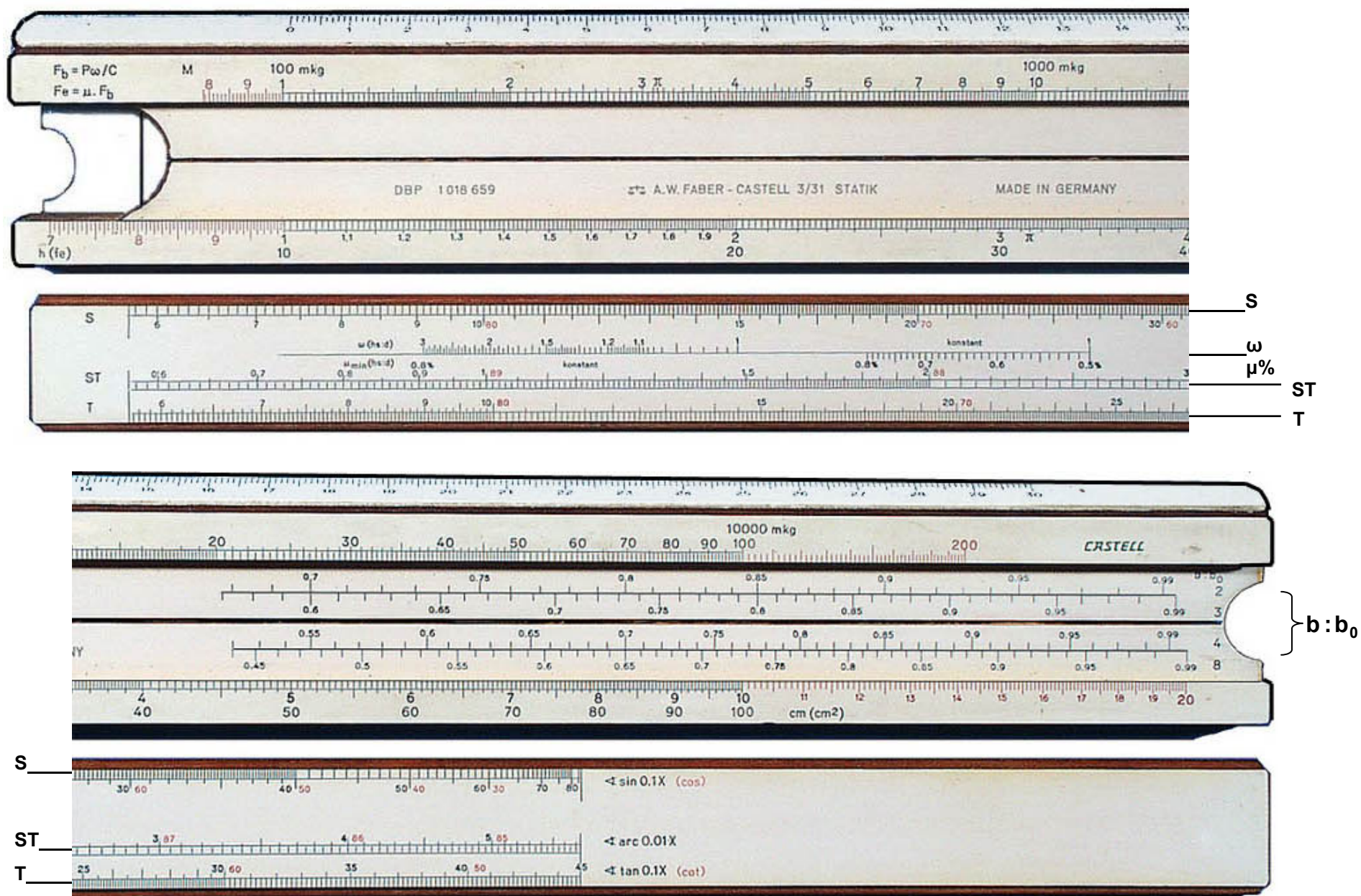


Fig. 2 - Gola interna del regolo e retro dello scorrevole

Osservazioni generali

Il regolo Faber Castell n° 3/31 Statik è stato concepito con l'intento di fornire all'ingegnere strutturista uno strumento ideale per il calcolo e la verifica di qualsiasi tipo di sezione in cemento armato con il metodo delle tensioni ammissibili. Per la sua progettazione sono state decisive due considerazioni:

1. creare uno strumento di precisione fondato su basi strettamente scientifiche, tale da poter soddisfare qualsiasi esigenza della pratica, vale a dire precisione, chiarezza e semplicità d'uso;
2. costruire il regolo in modo tale da poter essere utilizzabile per qualsiasi tensione di acciaio.

Il regolo Faber Castell 3/31 Statik assolve egregiamente a queste esigenze. Poichè non è basato su una determinata tensione, ma sul rapporto fra tensione dell'acciaio e tensione del calcestruzzo, è possibile operare con qualsiasi tensione di acciaio, senza la necessità di sostituire lo scorrevole e/o il cursore.

Descrizione del regolo

Il regolo Faber Castell n° 3/31 Statik offre, oltre a tutti i vantaggi di un normale regolo calcolatore (sistema Rietz), la possibilità di risolvere i problemi che si incontrano nelle costruzioni in cemento armato senza dover far uso di tabelle speciali.

Oltre alle correnti operazioni eseguibili con un normale regolo, è dunque possibile calcolare sezioni in cemento armato con armatura semplice o doppia a flessione semplice o composta, come pure a compressione semplice, per qualsiasi tensione dell'acciaio e del calcestruzzo (quest'ultima compresa fra 40 e 120 kg/cm²).

Il recto del regolo (fig. 1) presenta, oltre alle normali scale A, B, CI, C e D, il cui uso si intende noto, le scale speciali per il calcolo delle sezioni inflesse in cemento armato x , h e f_e , come pure l'indice a freccia $\sigma_b^{(2)}$. Il fianco inferiore del regolo presenta la scala cubica K e la scala dei logaritmi decimali L.

Il recto dello scorrevole riporta, all'estremità sinistra, una tabella che fornisce il valore del parametro C di progettazione di sezioni semplicemente compresse in funzione delle classi di calcestruzzo e acciaio; a destra compare invece un diagramma triangolare che consente di calcolare il parametro di progettazione β per sezioni inflesse doppiamente armate in funzione dei rapporti σ_e/σ_b e $\alpha = F'_e/F_e$.

Il retro dello scorrevole (fig. 2) presenta, oltre alle usuali scale trigonometriche S, ST e T, le scale speciali ω e μ per il calcolo delle sezioni semplicemente compresse in cemento armato. La gola interna dello scorrevole presenta 4 scale speciali $b:b_0$ per la determinazione del fattore di riduzione i per il calcolo della larghezza reagente di travi a T.

² Le presenti istruzioni si riferiscono alla versione originale tedesca del regolo. Nella sua versione francese, le scale e l'indice citati sono rispettivamente contrassegnati dai simboli y , h' , S_a ed R_b .

Sul dorso del regolo è riportata una tabella che consente la lettura del rapporto fra le tensioni σ_e/σ_b per tensioni dell'acciaio $\sigma_e = 1000, 1200, 1400, 1500, 1800, 2000, 2200, 2400, 2600, 2800 \text{ kg/cm}^2$ e tensioni nel calcestruzzo σ_b variabili fra 40 e 120 kg/cm^2 con passo di 2 kg/cm^2 (fig. 3 – A). Per valori delle tensioni del calcestruzzo non riportate in tabella è possibile interpolare linearmente o dedurre il valore corretto riferendosi ad una tensione

doppia del calcestruzzo: es. $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{31} = \frac{1000}{62} \times 2 = 16.13 \times 2 = 32.26$

Al disotto della tabella dei rapporti σ_e/σ_b si trova la scala di comparazione $C_{he} - \sigma_e/\sigma_b$ per il calcolo con tensione σ_e e altezza utile h note (fig. 3 – B), in conformità alla relazione

$$h = C_{he} \cdot \sqrt{\frac{M}{b \cdot \sigma_b}}$$

E' infine presente una tabella per la determinazione delle sezioni di barre in acciaio in funzione del diametro \varnothing in mm e del loro numero (fig. 3 – C).

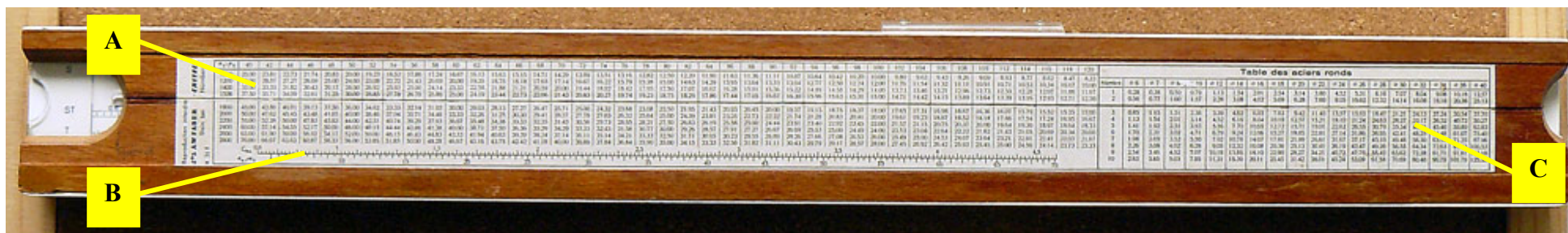


Fig. 3

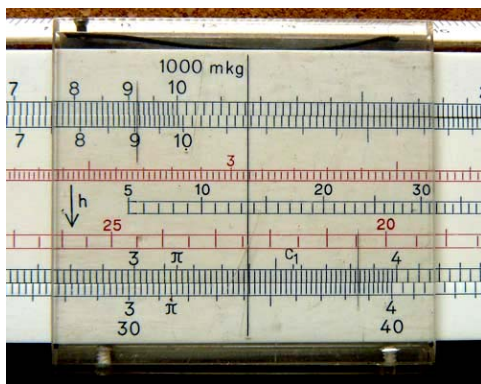


Fig. 4

Il regolo è dotato di due cursori al fine di semplificare alcuni calcoli, come si vedrà negli esempi che seguono. Quello di sinistra è di tipo tradizionale (fig. 4) e presenta, oltre alla linea di fede centrale, le linee secondarie utili per la determinazione della sezione e del peso di barre di acciaio di diametro noto. L'altro cursore consente di calcolare agevolmente il rapporto $15/n$ per i calcoli con coefficiente di omogeneizzazione diverso da 15 (fig. 5); il suo uso sarà illustrato all'esempio 6.

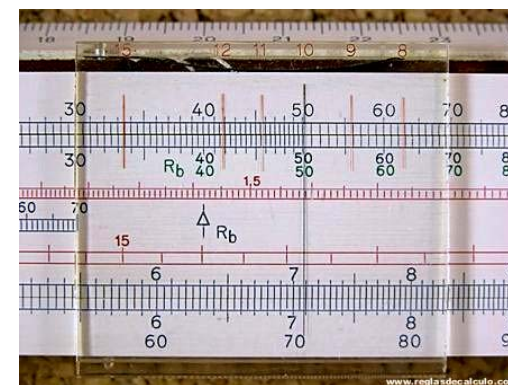


Fig. 5

Principi generali del calcolo

La suddivisione delle scale speciali del regolamento è stata determinata con riferimento ai principi classici della scienza delle costruzioni in campo elastico e, precisamente:

1. proporzionalità fra deformazioni e sforzi applicati;
2. ripartizione lineare delle tensioni, dal che discende il principio di conservazione delle sezioni piane (Navier) e la proporzionalità delle tensioni alla loro distanza dall'asse neutro (De Saint-Venant);
3. trascurabilità della resistenza a trazione del calcestruzzo.

Lo svolgimento dei calcoli segue il metodo delle tensioni ammissibili, considerando un coefficiente di omogeneizzazione $n = 15^{(3)}$. E' comunque possibile effettuare calcoli con qualsiasi valore del coefficiente di omogeneizzazione; al riguardo si veda l'esempio 6 delle presenti istruzioni.

Nel calcolo del cemento armato si seguono le seguenti simbologie:

M	Momento flettente	[kgm]
N	Sforzo normale	[kg]
b	Larghezza della sezione	[cm]
b^*	Larghezza ridotta per il calcolo delle travi a T	[cm]
b_0	Larghezza dell'anima nelle travi a T	[cm]
h	Altezza di calcolo della sezione	[cm]
h'	Distanza fra baricentro dell'armatura tesa e intradosso della trave ($h = d - h'$)	[cm]
d (H)	Altezza totale della sezione, ovvero spessore della soletta collaborante nelle travi a T	[cm]
h_s (l)	Lunghezza della trave	[cm]
x (y)	Posizione dell'asse neutro rispetto all'estradosso della sezione	[cm]
σ_e (σ_f)	Tensione di trazione nell'acciaio	[kg/cm ²]

³ A differenza del modulo elastico dell'acciaio, che può essere considerato costante e pari a 2.100.000 kg/cm², il modulo elastico del calcestruzzo è in realtà variabile, dipendendo essenzialmente dalla sua maturazione e dalla sua resistenza caratteristica a compressione. Usare valori alti del coefficiente di omogeneizzazione $n = E_a/E_b$ equivale, almeno in teoria, a considerare calcestruzzi di basso modulo, pertanto di resistenza bassa, il che si tradurrebbe in maggiori quantitativi di acciaio a parità di sezione e di sollecitazioni, come pure in deformazioni maggiori e, conseguentemente, in peggiori condizioni di fessurazione. Ciò indurrebbe a fare uso di coefficienti di omogeneizzazione bassi. Tuttavia occorre osservare che il modulo elastico del calcestruzzo cala al crescere della tensione (dal momento che, in realtà, il calcestruzzo non segue perfettamente la legge di Hooke); per garantire l'attendibilità del metodo delle tensioni ammissibili (che valuta uno stato tensionale interno) nei confronti della sicurezza esterna della struttura (che valuta l'entità dei carichi rispetto al carico ammissibile), occorre allora fare riferimento al valore del modulo di elasticità che il calcestruzzo assume non in esercizio, bensì in corrispondenza della sua tensione di rottura, che è assai più basso al valore del modulo elastico in esercizio. Ciò giustifica perché le normative più recenti che hanno utilizzato il metodo delle tensioni ammissibili hanno fatto riferimento a $n = 15$, considerando un valore medio del modulo $E_b = 140.000 \text{ Kg/cm}^2$.

Con una diversa tensione del calcestruzzo, dopo aver collocato la larghezza b in corrispondenza del momento M , occorre collocare il cursore sopra l'indice a freccia σ_b e spostare lo scorrevole fino a portare sotto la linea di fede del cursore il valore della tensione del calcestruzzo letto sulla scala B. Fatto questo si potranno leggere i valori di x , h e f_e come visto prima.

Nel caso in cui la sezione da calcolare debba avere armatura metallica disposta sia in zona tesa che in zona compressa, si calcolano preliminarmente il Momento flettente M_{amm} e l'area di acciaio F_{es} che corrispondono alla sezione nota nell'ipotesi di armatura semplice. Si calcola poi il Momento flettente residuo $\Delta M = M - M_{amm}$ e l'armatura aggiuntiva ΔF_e che deve assorbire interamente il momento residuo ΔM . Detta c la distanza fra i baricentri delle armature tese e compressa ($c = h - h'$), l'armatura aggiuntiva ΔF_e vale:

$$\Delta F_e = \frac{\Delta M}{\sigma_e \times c} \quad \text{quindi,} \quad F_e = F_{es} + \Delta F_e$$

Nota F_e , l'armatura F'_e si trova con la semplice proporzione: $F'_e = \Delta F_e \times \frac{h - x}{x - h'}$; La tensione nell'armatura compressa vale: $\sigma'_e = n \times \sigma_b \times \frac{x - h'}{x}$

Nota la tensione nell'armatura compressa, è possibile calcolare F'_e anche facendo riferimento a ΔM con la relazione: $F'_e = \frac{\Delta M}{c \times \sigma'_e}$

Per il calcolo di sezioni doppiamente armate è possibile utilizzare anche il diagramma triangolare riportato all'estremità di destra dello scorrevole (fig. 7). Il suo funzionamento è basato sul confronto, a parità di sollecitazione flessionale, tensioni ammissibili e larghezza, fra i parametri geometrici h_s , x_s e F_{es} della sezione a semplice armatura e i parametri h , x e F_e della sezione a doppia armatura. Il diagramma mette in relazione il rapporto $\beta = h/h_s = x/x_s = F_{es}/F_e$, con il rapporto $\alpha = F'_e/F_e$ (variabile da 0 a 1.00 con passo 0.2 come riportato sull'asse centrale delle ordinate) e il rapporto σ_e/σ_b , rappresentato dalle rette inclinate a rapporto costante (variabile da 20 a 90 come riportato in ascissa).

Tale diagramma esplicita il procedimento di Geyer, che si basa sul presupposto che l'armatura compressa sia posizionata ad una distanza $x/3$ dall'estradosso compresso della sezione. Nei casi in cui si voglia collocare l'armatura compressa ad una distanza h' diversa, si potrà calcolare la sezione necessaria d'armatura compressa con la relazione:

$$F'_e = \alpha \cdot F_e \cdot \frac{2x}{3(x - h')}$$

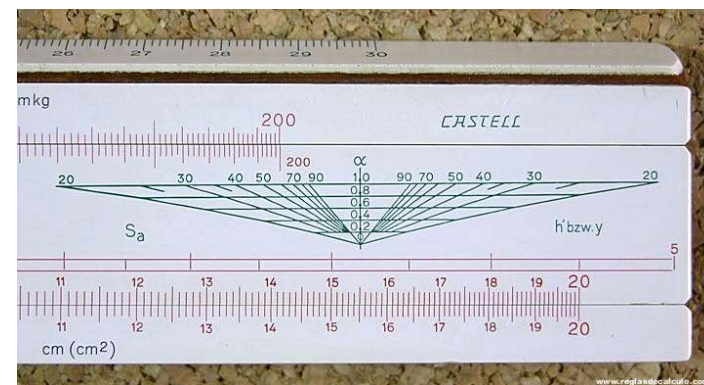


Fig. 7

I valori del coefficiente β in funzione di α e del rapporto σ_e/σ_b sono graficati in fig. 8.

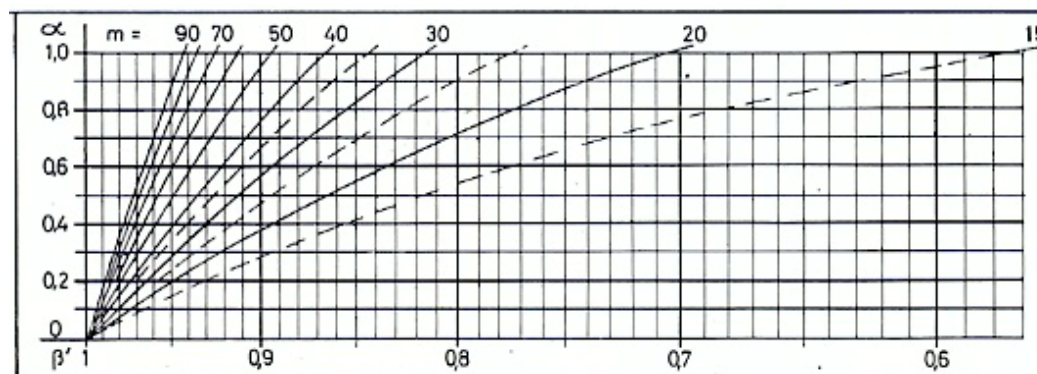


Fig. 8

Una volta noti i valori di α e di σ_e/σ_b , si posiziona il cursore su D10 e si sposta lo scorrevole fino a far sovrapporre il punto intersezione fra la retta α e la retta σ_e/σ_b della porzione di destra del diagramma con la linea di fede: il valore del rapporto β si leggerà allora, con l'aiuto del cursore, in corrispondenza dell'asse centrale delle ordinate. Viceversa per determinare α noti β e σ_e/σ_b , oppure per determinare σ_e/σ_b noti α e β ⁽⁴⁾

Nel caso di travi a T (fig. 9), la larghezza di calcolo b si determina con le seguenti relazioni:

- travi intermedie (ala simmetrica): $b = 12 d + 2 b_s + b_0$ ($b < \text{interasse nervature}$)
- travi di bordo (ala su un solo lato): $b = 4.5 d + b_s + b_0$ ($b < \frac{1}{2} \text{ interasse nervature}$)

Nel caso di sistemi strutturali iperstatici, o per il calcolo della deformazione flessionale, le precedenti relazioni diventano le seguenti:

- travi intermedie (ala simmetrica): $b = 6 d + 2 b_s + b_0$ ($b < \text{interasse nervature}$)
- travi di bordo (ala su un solo lato): $b = 2.25 d + b_s + b_0$ ($b < \frac{1}{2} \text{ interasse nervature}$)

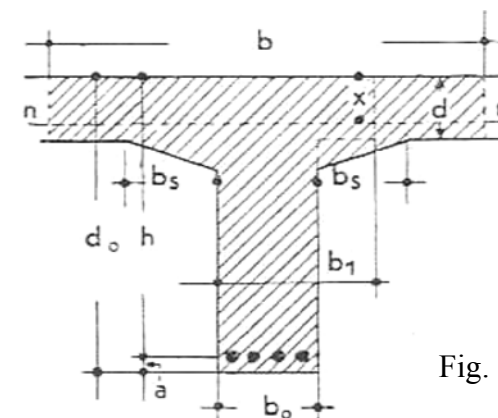


Fig. 9

⁴ Il diagramma è speculare, pertanto, a seconda di come sia più comodo, può essere utilizzato indifferentemente nella porzione di destra o nella porzione di sinistra.

Qualora risulti $x > d$, il valore della larghezza b determinato con le formule viste in precedenza deve essere moltiplicato per un coefficiente di riduzione i , dove:

$$i = 1 - \left(1 - \frac{b_0}{b}\right) \cdot \left(1 - \frac{x}{d}\right)^2$$

I valori del coefficiente i in funzione dei rapporti d/x e b/b_0 sono graficati in fig. 10.

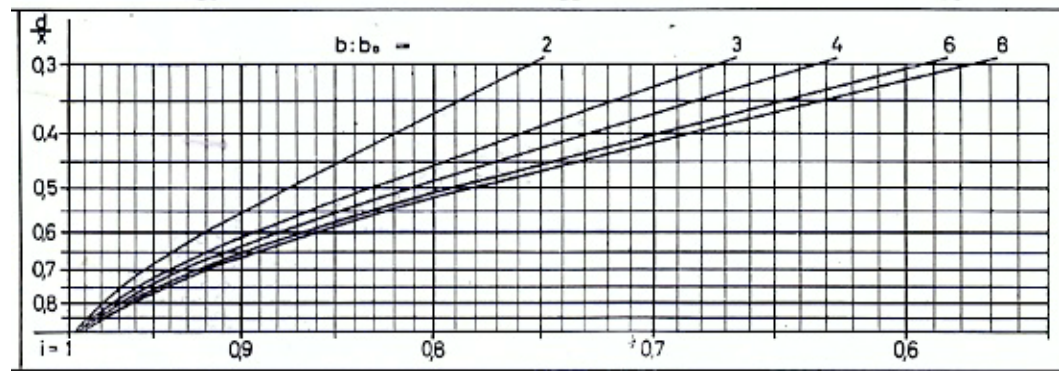


Fig. 10

Nella gola interna del regolo sono presenti 4 scale $b:b_0$ (fig. 11) sulle quali è possibile leggere il valore di tale fattore di riduzione i , noto il rapporto d/x ; al riguardo è sufficiente sovrapporre C 10 sul valore di d/x impostato su D e leggere il valore corrispondente di i sulle scale riportate sulla gola del regolo utilizzando come linea di fede la testa dello scorrevole. I valori di i relativi a rapporti $b:b_0$ diversi da quelli rappresentati nelle scale possono essere dedotti per interpolazione lineare.

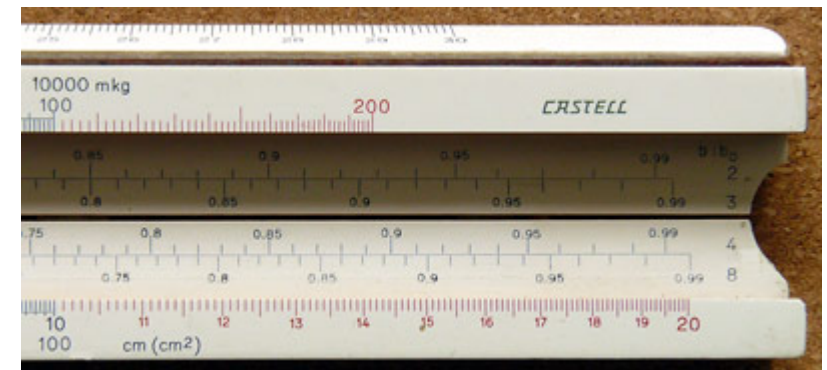


Fig. 11

Flessione composta

Per calcolare le dimensioni di una sezione rettangolare sollecitata a flessione composta, si determina il momento di trasporto

$$M_u = M + N \times u \quad \text{se } N \text{ è di compressione}$$

$$M_u = M - N \times u \quad \text{se } N \text{ è di trazione}$$

essendo u la distanza fra il baricentro della sezione e il baricentro dell'armatura tesa ($u = d/2 - h'$). Si calcola la sezione a flessione semplice sollecitata da M_u e, dalla sezione di armatura F_e che così si determina, si detrae (in caso di compressione) o si somma (in caso di trazione) la quantità N / σ_e . Nel caso di armatura doppia, la sezione F'_e resta immutata.

Sezioni semplicemente compresse

Il regolo Faber 3/31 consente di effettuare agevolmente anche il dimensionamento di sezioni sottoposte a compressione semplice. Al riguardo sono disponibili le scale ω e μ poste sul retro dello scorrevole, i cui valori sono leggibili per mezzo della finestrella posta all'estremità sinistra del regolo.

Per determinare i valori dei coefficienti ω e μ occorre determinare il rapporto l_0/H ⁽⁵⁾ calcolandolo per mezzo delle scale A e B, avendo accortezza di utilizzare la stessa convenzione utilizzata per i momenti flettenti riguardo al numero di cifre che compongono la lunghezza libera di inflessione l_0 .

Una volta calcolato il rapporto l_0/H , mantenendo fermo lo scorrevole è sufficiente ribaltare il regolo ed effettuare le letture di ω e μ .

Noti ω e μ , la sezione di calcestruzzo necessaria vale, come ricorda la formula riportata in altro a sinistra del recto del regolo, $F_b = P \omega / C$, dove la costante C si legge sull'estremità sinistra dello scorrevole in funzione della classe di calcestruzzo B ⁽⁶⁾ e del tipo di acciaio ⁽⁷⁾ (fig. 12). Analogamente, la sezione minima di acciaio da disporre nella sezione vale $F_e = \mu F_b$

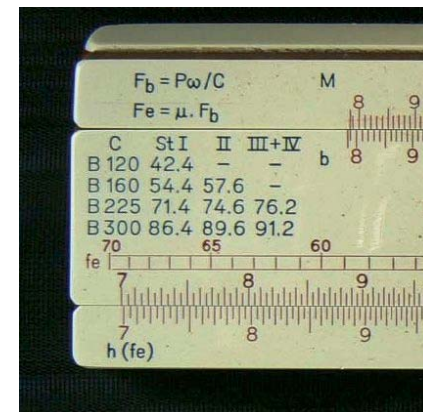


Fig. 12

⁵ h_s/d nella notazione tedesca del regolo ($s = säule = colonna$). $l_0 = l$ per travi incernierate, $2l$ per travi a mensola, $0.5l$ per travi a doppio incastro, $0.71 l$ per travi a incastro-appoggio

⁶ B120, B160, B225 e B300. Queste classi furono sostituite negli anni '70 dalle più moderne B150, B250, B350, B450 e B500. Nelle norme tedesche, nella sigla Bnn, nn rappresenta la tensione di rottura del calcestruzzo, analogamente alle classi R'ck italiane. Ad esempio, la classe B300 tedesca corrisponde all'italiana R'ck 300.

⁷ Tipo St I, St II, St III+IV. Queste classi sono così riferite: St I acciaio liscio (o con nervatura retta) a basso limite di snervamento (tipo BSt 22/34), St III acciaio ad aderenza migliorata (tipo BSt 42/50U o BSt 42/50K a seconda che si tratti di acciaio non trattato - U, o deformato a freddo - K), St IV reti elettrosaldate (tipo BSt 50/55). Nelle norme tedesche, nella sigla BSt nn/mm, nn rappresenta la tensione di snervamento e mm la tensione di rottura. Nella classe I rientrerebbe l'italiano FeB22K ($\sigma_{fam} = 1200 \text{ kg/cm}^2$). Agli acciai della classe III possono essere ricondotti gli italiani FeB38K ($\sigma_{fam} = 2200 \text{ kg/cm}^2$) e FeB44K ($\sigma_{fam} = 2600 \text{ kg/cm}^2$). Non si hanno notizie precise relativamente alla classe II, abbandonata dalle normative tedesche già negli anni '60, ma è presumibile che ad essa possano essere riferiti acciai lisci analoghi all'italiano FeB32K ($\sigma_{fam} = 1600 \text{ kg/cm}^2$).

Esempio 1: **sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice**

dati: $M = 3420 \text{ kgm}$
 $b = 20 \text{ cm}$
 $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_e = 1400 \text{ kg/cm}^2$

incognite: h, F_e, x

Collocare B 20 (per $b = 20 \text{ cm}$), al disotto di A 34.2 (per $M = 3420 \text{ kgm}$) e portare la linea di fede del cursore sull'indice a freccia σ_b .

Quindi si ponga B 50 (per $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$) sotto la linea di fede del cursore.

In base al diagramma sul dorso del regolo, risulta per il rapporto σ_e/σ_b il valore 28.

Con l'aiuto del cursore leggeremo: sotto al valore 28 sulla scala h , su D il valore $h = 47 \text{ cm}$
 sotto al valore 28 sulla scala x , su D il valore $x = 16.4 \text{ cm}$
 sotto al valore 28 sulla scala f_e , su D il valore $f_e = 29.2 \text{ cm}^2/\text{m}$ $\rightarrow F_e = f_e \times b = 29.2 \times 0.20 = 5.84 \text{ cm}^2$

Per determinare il numero e la sezione complessiva dei ferri d'armatura da utilizzare, una volta scelto il diametro da usare, per esempio $\varnothing 14$, si potrà collocare l'indice corto di destra del cursore normale (fig. 4) su D 1.4 (per $\varnothing = 14 \text{ mm}$) e spostare B 1 sotto la linea di fede. In tal modo, in corrispondenza a B 4, leggeremo su A il valore $F_e = 6.16 \text{ cm}^2$

Esempio 2: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice

dati: $M = 4800 \text{ kgm}$
 $b = 25 \text{ cm}$
 $h = 46 \text{ cm}$
 $\sigma_e = 1800 \text{ kg/cm}^2$

incognite: σ_b, F_e, x

Collocare B 25 al disotto di A 48 (per $M = 4800 \text{ kgm}$) e portare la linea di fede del cursore sull'indice a freccia σ_b .

In questo caso occorre collocare $\sigma_e = 1800 \text{ kg/cm}^2$ (corrispondente al valore B 18) sotto la linea di fede del cursore.

In corrispondenza di D 4.6 (per $h = 46$ cm), con questa impostazione si legge su C il valore 2.23, che corrisponde al valore del parametro C_{he} .

Sulla scala di comparazione sul dorso del regolo, troviamo che al valore $C_{he} = 2.23$ corrisponde il rapporto $\sigma_e/\sigma_b = 29.5$. Entrando con tale valore nel diagramma posto sempre sul dorso del regolo, in corrispondenza di $\sigma_e = 1800 \text{ kg/cm}^2$ troviamo $\sigma_b = 61 \text{ kg/cm}^2$

Collocando 29.5 sulla scala h su D 46 leggeremo: sotto al valore 29.5 sulla scala x , su D il valore $x = 15.5$ cm
sotto al valore 29.5 sulla scala f_e , su D il valore $f_e = 26.2$ cm²/m $\rightarrow F_e = 26.2 \times 0.25 = 6.55$ cm²

E' possibile procedere anche senza ricorrere al diagramma C_{he} . In questo caso, occorre fissare per tentativi σ_b finchè non troveremo una tensione coerente con l'altezza predefinita.

Si collochi quindi quindi B 25 (per $b = 25$ cm), al disotto di A 48 (per $M = 4800$ kgm) e si porti la linea di fede del cursore sull'indice a freccia σ_b .

Come primo tentativo si provi con $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$: si ponga dunque B 50 (per $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$) sotto la linea di fede del cursore.

In base al diagramma sul dorso del regolo, risulta per il rapporto σ_e/σ_b il valore 36. Con l'aiuto del cursore, sotto al valore 36 sulla scala h , leggeremo su D il valore $h = 53.7 \neq 46$, quindi occorre reiterare il procedimento⁽⁸⁾.

Reiterando⁽⁹⁾ il procedimento visto per $\sigma_b = 60 \text{ kg/cm}^2$, in base al diagramma sul dorso del regolo risulta per il rapporto σ_e/σ_b il valore 30, quindi, con l'aiuto del cursore, sotto al valore 30 sulla scala h , leggeremo su D il valore $h = 46.5$, pertanto la tensione scelta è appena superiore a quella giusta.

Reiterando il procedimento visto per $\sigma_b = 61 \text{ kg/cm}^2$, in base al diagramma sul dorso del regolo risulta per il rapporto σ_e/σ_b il valore 29.5, quindi, con l'aiuto del cursore, sotto al valore 29.5 sulla scala h , leggeremo su D il valore $h = 46$, pertanto la tensione scelta è quella giusta. Il resto del calcolo procede poi con i metodi noti.

⁸ se l'altezza trovata è superiore a quella effettiva, occorre reiterare il calcolo utilizzando una tensione σ_b più alta della precedente. Viceversa in caso contrario.

⁹ diventa comodo l'uso dei due cursori, mantenendo il cursore di destra fisso sull'indice a freccia σ_h dopo la divisione M/b ed operando sulla scala h con il cursore di sinistra.

Esempio 3: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice

dati: $h = 40 \text{ cm}$
 $b = 20 \text{ cm}$
 $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_e = 1500 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow \sigma_e/\sigma_b = 1500 / 50 = 30.$

incognite: M, F_e, x

Si colloca 30 della scala h su D 4 (per $h = 40$ cm) e si legge: sotto al valore x 30, su D il valore $x = 13.35$ cm
 sotto al valore f_e 30, su D il valore $f_e = 22.2$ cm²/m $\rightarrow F_e = 22.2 \times 0.20 = 4.44$ cm²

Successivamente si colloca il cursore su B 50 (per $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$) e si sposta lo scorrevole fino a portare l'indice a freccia σ_b sotto la linea di fede. In corrispondenza di B 20 (per $b = 20 \text{ cm}$) si leggerà su A il valore $M = 2370 \text{ kgm}$.

Esempio 4: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice

dati: $M = 4850 \text{ kgm}$
 $b = 25 \text{ cm}$
 $h = 48 \text{ cm}$
 $F_e = 6.65 \text{ cm}^2 \rightarrow f_e = 6.65 / 0.25 = 26.6 \text{ cm}^2/\text{m}$

incognite: σ_e, σ_b

Collocare il cursore su D 4.8 (per $h = 48$ cm) e spostare lo scorrevole finchè, sia in corrispondenza di D 2.66 (per $f_e = 26.6$ cm) sulla scala F_e , sia sotto la linea di fede del cursore nella scala h non si incontri il medesimo valore. Nel caso dell'esempio, ciò si verifica con il numero 30, conseguentemente $\sigma_e/\sigma_h = 30$.

E' specialmente nei calcoli di questo tipo che si apprezza maggiormente la presenza di due cursori.

Quindi si ponga B 25 sotto ad A 48.5 (per $M = 4850 \text{ kgm}$) e si sposti il cursore portando la linea di fede sull'indice a freccia σ_b . Poi si sposti lo scorrevole in modo da collocare f_e 30 in opposizione a D 2.66 (per $f_e = 26.6 \text{ cm}^2/\text{m}$), quindi si legga, sotto la linea di fede del cursore, su B il valore $\sigma_b = 57$. Sarà allora $\sigma_e = 57 \times 30 = 1710 \text{ kg/cm}^2$.

Esempio 5: soletta sottoposta a flessione semplice – armatura semplice

dati: $M = 2600 \text{ kgm}$
 $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_e = 1400 \text{ kg/cm}^2$

incognite: h, x, f_e

Le solette sono generalmente calcolate per strisce di un metro di larghezza, quindi $b = 100$ cm.

Collocare B 100 al disotto di A 26 (per $M = 2600 \text{ kgm}$) e portare la linea di fede del cursore sull'indice a freccia σ_b . Spostando lo scorrevole si ponga B 50 (per $\sigma_b = 50 \text{ kg/cm}^2$) sotto la linea di fede del cursore. Il rapporto σ_e/σ_b vale $1400 / 30 = 28$.

Con l'aiuto del cursore leggeremo: sotto al valore 28 sulla scala h , su D il valore $h = 18.3 \text{ cm}$
 sotto al valore 28 sulla scala f_e , su D il valore $f_e = 11.4 \text{ cm}^2/\text{m}$

Per poter leggere il valore di x , occorre trasporre lo scorrevole verso destra (portando cioè il cursore su C 10 poi spostando lo scorrevole fino a portare C 1 sotto la linea di fede del cursore), poi leggeremo, sotto al valore 28 sulla scala x , su D il valore $x = 6.4$ cm.

Scegliendo di collocare 8 barre di acciaio Ø 14, con $f_e = 12.3 \text{ cm}^2$, lo spessore d della soletta risulterà determinato come segue:

altezza utile h	= 18.3 cm
spessore inferiore di protezione dell'acciaio	= 1.0 cm
semidiametro delle barre d'acciaio	= <u>0.7 cm</u>
	d = 20.0 cm

Esempio 6: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – $n \neq 15$

dati: $M = 11200 \text{ kgm}$
 $b = 28 \text{ cm}$
 $\sigma_e = 1200 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_b = 70 \text{ kg cm}^2$

incognite: h, F_e, x

Si voglia effettuare il calcolo adottando un coefficiente di omogeneizzazione $n = 10$.

Si calcola innanzi tutto il rapporto $15 / n = 15 / 10 = 1.5$

Il calcolo prosegue semplicemente riferendolo alla tensione $\sigma_e^* = 1.5 \times 1200 = 1800 \text{ kg/cm}^2$. Allo stesso modo si dovrà moltiplicare per 1.5 il valore trovato di f_e .

Con i metodi noti si ottiene dunque, per $\sigma_e^*/\sigma_b = 1800 / 70 = 25.7$:

$$h = 59.3 \text{ cm}; \quad x = 21.9 \text{ cm}; \quad f_e = 42.6 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = 42.6 \times 0.28 \times 1.5 = 17.9 \text{ cm}^2$$

Adottando $n = 12$, risulterebbe: $\sigma_e^*/\sigma_b = 21.4$; $h = 56.6 \text{ cm}; \quad x = 23.4 \text{ cm}; \quad f_e = 54.5 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = 54.5 \times 0.28 \times 15/12 = 19.08 \text{ cm}^2$

Adottando $n = 11$, risulterebbe: $\sigma_e^*/\sigma_b = 23.4$; $h = 57.7 \text{ cm}; \quad x = 22.7 \text{ cm}; \quad f_e = 48.5 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = 48.5 \times 0.28 \times 15/11 = 18.50 \text{ cm}^2$

Adottando $n = 9$, risulterebbe: $\sigma_e^*/\sigma_b = 28.6$; $h = 61.1 \text{ cm}; \quad x = 21.0 \text{ cm}; \quad f_e = 36.8 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = 36.8 \times 0.28 \times 15/9 = 17.17 \text{ cm}^2$

Adottando $n = 8$, risulterebbe: $\sigma_e^*/\sigma_b = 32.1$; $h = 63.1 \text{ cm}; \quad x = 20.1 \text{ cm}; \quad f_e = 31.4 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = 31.4 \times 0.28 \times 15/8 = 16.49 \text{ cm}^2$

Adottando $n = 15$, risulterebbe: $h = 53.8 \text{ cm}; \quad x = 25.1 \text{ cm}; \quad f_e = 73.5 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = 73.5 \times 0.28 = 20.60 \text{ cm}^2$

Senza bisogno di calcolare il rapporto $15 / n$, è possibile utilizzare il cursore speciale (fig. 5). Al riguardo è sufficiente impostare il valore $\sigma_e = 1200$ sulla scala A usando l'indice 15 del cursore e operando poi la divisione per $\sigma_b = 70$ collocando il valore B 70 sotto l'indice in corrispondenza del valore di n adottato per il calcolo. Analogamente per determinare l'area effettivamente necessaria di acciaio F_e , impostando su A il valore di f_e letto su D con l'uso dell'indice 15 del cursore speciale, poi effettuando la moltiplicazione per b (nell'esempio, 0.28 m) collocando B1 sotto l'indice in corrispondenza del valore di n adottato.

Esempio 7: trave a T sottoposta a flessione semplice – armatura semplice

dati:

$$\begin{aligned}M &= 18400 \text{ kgm} \\b &= 170 \text{ cm} \\b_0 &= 25 \text{ cm} \rightarrow b/b_0 = 6.8 \\d &= 8 \text{ cm} \\\sigma_e &= 1400 \text{ kg/cm}^2 \\\sigma_b &= 40 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow \sigma_e/\sigma_b = 35\end{aligned}$$

incognite: h, x, F_e

Si calcola la distanza dell'asse neutro dal bordo compresso in maniera approssimata come segue:

$$x \cong 0.135 \sqrt{\frac{M}{b}} \cong 0.135 \sqrt{\frac{18400}{1.70}} \cong 14 \text{ cm}$$

Considerato che $d = 8$, quindi minore di x , occorre procedere al calcolo della larghezza ridotta dell'ala. Al riguardo si effettui la divisione d/x usando le scale C e D, giustapponendo quindi D 8 a C 14⁽¹⁰⁾, quindi si legga il valore del fattore i sulle scale collocate sulla gola del regolo. Nel caso dell'esempio leggeremmo sulla scala $b:b_0 = 4$ il valore $i = 0.86$, e sulla scala $b:b_0 = 8$ il valore $i = 0.838$, quindi, interpolando, troviamo $i = 0.85$.

Noto i , si calcola allora il valore della larghezza di calcolo $b_i = 170 \times 0.85 \approx 144 \text{ cm}$, con la quale si opera poi nei modi già visti (Es. 1), come se si avesse a che fare con una sezione rettangolare piena. Si ottiene dunque:

$$h = 48.6 \text{ cm}; \quad x = 14.6 \text{ cm}; \quad f_e = 20.9 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = 20.9 \times 1.44 = 30 \text{ cm}^2$$

¹⁰ Per poter effettuare la lettura dei valori sulle scale $b:b_0$, la divisione d/x deve essere impostata in modo che lo scorrevole si sposti verso sinistra (nel caso dell'esempio è possibile utilizzare la porzione di destra della scala C, con i numeri in rosso). In caso contrario, si dovrà operare la trasposizione dello scorrevole (portando cioè il cursore su C 1 poi spostando lo scorrevole verso sinistra fino a portare C 10 sotto la linea di fede del cursore).

Esempio 8: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura doppia

dati:

$$\begin{aligned}M &= 3200 \text{ kgm} \\h &= 36 \text{ cm} \\h' &= 4 \text{ cm} \\b &= 20 \text{ cm} \\\sigma_e &= 1400 \text{ kg/cm}^2 \\\sigma_b &= 60 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow \sigma_e/\sigma_b = 23.33\end{aligned}$$

incognite: x, F_e, F'_e

Si calcolano preliminarmente il Momento flettente M_{amm} e l'area di acciaio F_{es} che corrispondono alla sezione nota nell'ipotesi di armatura semplice (Es. 3). Si colloca quindi il valore 23.33 della scala h sopra D 3.6 (per $h = 36$ cm) e si leggono, sulla scala D: in corrispondenza di f_{es} 23.33, il valore $f_{es} = 30.2$; in corrispondenza di x 23.33, il valore $x = 14.1$. Successivamente, mantenendo fermo lo scorrevole si porta il cursore su B 60 (per $\sigma_b = 60$ kg/cm²), poi si porta lo scorrevole fino a sovrapporre alla linea di fede del cursore l'indice a freccia σ_b ; Con B 20 (per $b = 20$ cm) si può leggere su A il valore 2650 kgm per M_{amm} .

L'armatura di acciaio corrispondente a $M_{amm} = 2650$ kgm vale $F_{es} = f_{es} \times b = 30.2 \times 0.2 = 6.04$ cm².

Il Momento flettente residuo vale: $\Delta M = 3200 - 2650 = 550$ kgm

La distanza fra i baricentri delle armature tese e compressa vale $c = h - h' = 32$ cm, quindi l'armatura aggiuntiva ΔF_e , che deve assorbire interamente il momento residuo ΔM , vale:

$$\Delta F_e = \frac{55000}{1400 \times 32} = 1.23 \text{ cm}^2$$

Quindi, $F_e = F_{es} + \Delta F_e = 6.04 + 1.23 = 7.27$ cm²

Nota F_e , l'armatura F'_e si trova con la semplice proporzione: $F'_e = \Delta F_e \times \frac{h - x}{x - h'} = 1.23 \times \frac{36 - 14.1}{14.1 - 4} = 2.43$ cm²

La tensione nell'armatura compressa vale: $\sigma'_e = n \times \sigma_b \times \frac{x - h'}{x} = 15 \times 60 \times \frac{14.1 - 3}{14.1} = 709$ kg/cm²

Nota la tensione nell'armatura compressa, è possibile calcolare F'_e anche facendo riferimento a ΔM con la relazione:

$$F'_e = \frac{\Delta M}{c \times \sigma'_e} = \frac{55000}{32 \times 709} = 2.42 \text{ cm}^2$$

Esempio 9: **sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura doppia**

Una volta scelta l'armatura metallica di progetto, con l'uso del diagramma triangolare posto all'estremità destra dello scorrevole è possibile verificare le effettive tensioni agenti su acciaio e calcestruzzo.

Per la sezione dell'esempio precedente (es. 8) si ipotizzi dunque di adottare 5 barre Ø 14 mm ($F_e = 7.70 \text{ cm}^2$) in zona tesa e 2 barre Ø 14 mm ($F'_e = 3.08 \text{ cm}^2$) in zona compressa.

Al riguardo si calcolano preliminarmente il rapporto $\alpha = \frac{F'_e}{F_e} = \frac{3.08}{7.70} = 0.4$ e il valore di armatura tesa a metro lineare $f_e = 7.70 / 0.20 = 38.5 \text{ cm}^2/\text{m}$.

Noti $h = 36 \text{ cm}$ e $f_e = 38.5 \text{ cm}^2/\text{m}$, si opera come visto nell'esempio 4 per cercare il valore del rapporto σ_e/σ_b , che risulta pari a 20.

Si posiziona allora il cursore in corrispondenza di D10 e si sposta lo scorrevole fino a far sovrapporre alla linea di fede l'intersezione fra l'inclinata $\sigma_e/\sigma_b = 20$ e la linea orizzontale $\alpha = 0.4$ della porzione di destra del diagramma triangolare posto all'estremo destro dello scorrevole. Spostando il cursore fino a sovrapporlo con l'asse verticale centrale delle ordinate α del diagramma triangolare, su D si leggerà il valore $\beta = 0.895$.

Noto β , è possibile risalire alle grandezze geometriche corrispondenti alla sezione data nel caso di armatura semplice (indicate con l'indice s)

Poichè infatti $\beta = h/h_s = x/x_s = F_{es}/F_e$, sarà:

$$h_s = 36 / 0.895 = 40.2 \text{ cm} \quad \text{e} \quad F_{es} = 7.70 \times 0.895 = 6.90 \text{ cm}^2 \rightarrow f_{es} = 6.90 / 0.20 = 34.5 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Si ridetermina, a questo punto, il valore σ_e/σ_b come fatto prima, in corrispondenza dei valori trovati di h_s e f_{es} : risulta $\sigma_e/\sigma_b = 23$.

In corrispondenza di $\sigma_e/\sigma_b = 23$ si trova il valore $x_s = 15.85 \text{ cm} \rightarrow z = h - \frac{x}{3} = 40.2 - \frac{15.85}{3} = 34.9 \text{ cm}$

Le tensioni cercate saranno dunque:

$$\sigma_e = \frac{M}{F_{es} \cdot z} = \frac{320000}{6.90 \cdot 34.9} = 1329 \text{ kg/cm}^2 \quad \sigma_b = \frac{1329}{23} = 58 \text{ kg/cm}^2$$

Considerando che il rapporto $\sigma_e/\sigma_b = 23$ è quello della sezione reale, potremo calcolare la posizione dell'asse neutro sovrapponendo a h 23 il valore D3.6 (per $h = 36 \text{ cm}$) e leggendo, in corrispondenza di x 23, su D il valore $x = 14.2$.

Possiamo ora calcolare la tensione nell'acciaio compresso, che vale: $\sigma'_e = n\sigma_b \times \frac{x-h'}{x} = 15 \times 58 \times \frac{14.2-4}{14.2} = 625 \text{ kg/cm}^2$

Esempio 10: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura doppia

dati:

$$\begin{aligned} M &= 6000 \text{ kgm} \\ h &= 47 \text{ cm} \\ h' &= 3 \text{ cm} \\ b &= 25 \text{ cm} \\ \sigma_e &= 1800 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_b &= 60 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow \sigma_e/\sigma_b = 30 \end{aligned}$$

incognite: x, F_e, F'_e

Anzichè procedere come visto nell'esempio 8, si voglia utilizzare in questa fase di progetto il diagramma triangolare posto all'estremità di destra dello scorrevole.

Si calcolano preliminarmente i valori di h, F_e e x che corrispondono alla sezione nota nell'ipotesi di armatura semplice.

Con i procedimenti noti (es. 1) si trova: $h_s = 51.9 \text{ cm}$; $x_s = 17.3 \text{ cm}$; $F_{es} = 7.21 \text{ cm}^2$.

Sarà allora $\beta = h/h_s = 47 / 51.9 = 0.905$

Si posiziona allora il cursore in corrispondenza di D9.05 (per $\beta = 36 \text{ cm}$)⁽¹¹⁾ e si sposta lo scorrevole fino a far sovrapporre alla linea di fede del cursore l'asse verticale centrale delle ordinate α del diagramma triangolare. Spostando ora il cursore su D10, all'intersezione fra linea di fede e inclinata $\sigma_e/\sigma_b = 30$ si può stimare il rapporto fra armatura compressa e armatura tesa $\alpha = 0.55$

Sarà allora: $x = 17.3 \times 0.905 = 15.66 \text{ cm}$; $F_e = 7.21 / 0.905 = 7.97 \text{ cm}^2$

Il metodo, come si è detto in premessa, è valido nel caso in cui l'armatura compressa sia collocata ad una distanza dal lembo compresso pari a $x / 3$.

Poichè risulta $h' = 3 \text{ cm} \ll x / 3 = 5.22 \text{ cm}$, occorre calcolare F'_e con riferimento alla sua effettiva posizione:

$$\text{Sarà allora: } F'_e = \alpha \cdot F_e \cdot \frac{2x}{3(x - h')} = 0.55 \times 7.97 \times \frac{2 \times 15.66}{3 \times (15.66 - 3)} = 3.62 \text{ cm}^2$$

¹¹ ovvero in corrispondenza di C10 se l'impostazione segue immediatamente l'effettuazione della divisione h/h_s

Esempio 11: sezione rettangolare sottoposta a pressoflessione – armatura semplice

dati: $M = 6110 \text{ kgm}$
 $N = 12000 \text{ kg}$
 $b = 25 \text{ cm}$
 $H = 60 \text{ cm}$
 $h' = 3 \text{ cm} \rightarrow h = 57 \text{ cm}; \quad u = H/2 - h' = 27 \text{ cm}$
 $\sigma_e = 1400 \text{ kg/cm}^2$

incognite: σ_b, F_e, x

Si calcola in prima istanza il valore di $M_u = M + N \times u = 6110 + 12000 \times 0.27 = 9350 \text{ kgm}$

Quindi si calcola la sezione come visto nell'esempio 2 per $M = 9350 \text{ kgm}$. Collocare quindi B 25 (per $b = 25 \text{ cm}$), al disotto di A 93.5 (per $M = 9350 \text{ kgm}$) e portare la linea di fede del cursore sull'indice a freccia σ_b . Collocando quindi B14 (per $\sigma_e = 1400 \text{ kg/cm}^2$) sotto la linea del cursore, in corrispondenza di D 5.7 (per $h = 57 \text{ cm}$) si legge su C il valore $C_{he} = 1.75$.

Con l'aiuto dell'apposito diagramma sul retro del regolo leggiamo $\sigma_e/\sigma_b = 21.6$, quindi $\sigma_b = 65 \text{ kg/cm}^2$

Procedendo nel calcolo: in corrispondenza di x 21.6 leggeremo su D: $x = 23.3 \text{ cm}$

in corrispondenza di f_e 21.6 leggeremo su D: $f_e = 54.0 \text{ cm}^2/\text{m} \rightarrow F_e = f_e \times b - N/\sigma_e = 54.0 \times 0.25 - 12000/1400 = 4.93 \text{ cm}^2$

Come visto nell'esempio 2, è possibile procedere anche senza ricorrere al diagramma C_{he} . In questo caso, occorre fissare per tentativi σ_b finché non troveremo una tensione coerente con l'altezza predefinita.

Si collochi quindi B 25 (per $b = 25 \text{ cm}$), al disotto di A 93.5 (per $M = 9350 \text{ kgm}$) e si porti la linea di fede del cursore sull'indice a freccia σ_b .

Come primo tentativo si provi con $\sigma_b = 60 \text{ kg/cm}^2$: si ponga dunque B 60 (per $\sigma_b = 60 \text{ kg/cm}^2$) sotto la linea di fede del cursore. In base al diagramma sul dorso del regolo, risulta $\sigma_e/\sigma_b = 23.33$. Con l'aiuto del cursore, sotto al valore 23.33 sulla scala h , leggeremo su D il valore $h = 60.5 \neq 57$, quindi occorre reiterare il procedimento.

Riprovando ad effettuare il calcolo con $\sigma_b = 65 \text{ kg/cm}^2$, in base al diagramma sul dorso del regolo risulta $\sigma_e/\sigma_b = 21.6$. Con l'aiuto del cursore, sotto al valore 21.6 sulla scala h , leggeremo su D il valore $h = 57$, pertanto la tensione scelta è quella giusta. Il resto del calcolo procede poi con i metodi noti.

Esempio 12: sezione rettangolare sottoposta a pressoflessione – armatura doppia

dati:

$$\begin{aligned}M &= 4600 \text{ kgm} \\N &= 5500 \text{ kg} \\H &= 40 \text{ cm} \\h' &= 4 \text{ cm} \rightarrow h = 36 \text{ cm}; \quad u = H/2 - h' = 16 \text{ cm} \\b &= 20 \text{ cm} \\\sigma_e &= 1400 \text{ kg/cm}^2 \\\sigma_b &= 65 \text{ kg/cm}^2 \rightarrow \sigma_e/\sigma_b = 21.55\end{aligned}$$

incognite: x, F_e, F'_e

Si calcola in prima istanza il valore di $M_u = M + N \times u = 4600 + 5500 \times 0.16 = 5480 \text{ kgm}$

Analogamente a quanto già visto nell'esempio 8, si calcolano poi il Momento flettente e l'area di acciaio che corrispondono alla sezione nota nell'ipotesi di armatura semplice. Si colloca quindi il valore 21.55 della scala h sopra D 3.6 (per $h = 36 \text{ cm}$) e si leggono, sulla scala D: in corrispondenza di f_e 21.55, il valore $f_e = 34.3$; in corrispondenza di x 23.33, il valore $x = 14.8$. Successivamente, mantenendo fermo lo scorrevole si porta il cursore su B 60 (per $\sigma_b = 60 \text{ kg/cm}^2$), poi si porta lo scorrevole fino a sovrapporre alla linea di fede del cursore l'indice a freccia σ_b ; Con B 20 (per $b = 20 \text{ cm}$) si può leggere su A il valore 2990 kgm per M_{amm} .

L'armatura di acciaio corrispondente a $M_{amm} = 2990 \text{ kgm}$ vale $F_{el} = f_e \times b = 34.3 \times 0.2 = 6.86 \text{ cm}^2$.

Il Momento flettente residuo vale: $\Delta M = 5480 - 2990 = 2490 \text{ kgm}$

La distanza fra i baricentri delle armature tese e compressa vale $c = h - h' = 32 \text{ cm}$, quindi l'armatura aggiuntiva ΔF_e , che deve assorbire interamente il momento residuo ΔM , vale:

$$\Delta F_e = \frac{249000}{1400 \times 32} = 5.57 \text{ cm}^2 \rightarrow F_e = F_{el} + \Delta F_e - N/\sigma_e = 6.86 + 5.57 - 5500/1400 = 8.50 \text{ cm}^2$$

Nota F_e , l'armatura F'_e si trova con la semplice proporzione: $F'_e = \Delta F_e \times \frac{h - x}{x - h'} = 5.57 \times \frac{36 - 14.8}{14.8 - 4} = 10.9 \text{ cm}^2$

La tensione nell'armatura compressa vale: $\sigma'_e = n \times \sigma_b \times \frac{x - h'}{x} = 15 \times 65 \times \frac{14.8 - 4}{14.8} = 710 \text{ kg/cm}^2$

Il valore trovato per l'armatura compressa può essere verificato facendo riferimento a ΔM , con la relazione $F'_e = \frac{\Delta M}{c \times \sigma'_e} = \frac{249000}{32 \times 710} = 10.9 \text{ cm}^2$

Esempio 13: sezione rettangolare sottoposta a tensoflessione – armatura doppia

Verifichiamo la stessa sezione dell'esempio precedente, invertendo il verso dello sforzo normale, che diventa così sforzo di trazione.

Si calcola anche in questo caso prima di tutto il valore di M_u , facendo attenzione al fatto che, trattandosi di tensoflessione, il segno dello sforzo normale è, in questo caso, negativo.

$$M_u = M - N \times u = 4600 - 5500 \times 0.16 = 3720 \text{ kgm}$$

Identicamente a come già visto nel caso precedente, calcoliamo il Momento flettente e l'area di acciaio che corrispondono alla sezione nota nell'ipotesi di armatura semplice, trovando nuovamente $f_e = 34.3$, $x = 14.8$, $M_{amm} = 2990 \text{ kgm}$ e $F_{el} = 6.86 \text{ cm}^2$.

Il Momento flettente residuo vale: $\Delta M = 3720 - 2990 = 730 \text{ kgm}$

La distanza fra i baricentri delle armature tese e compressa vale $c = h - h' = 32 \text{ cm}$, quindi l'armatura aggiuntiva ΔF_e , che deve assorbire interamente il momento residuo ΔM , vale:

$$\Delta F_e = \frac{73000}{1400 \times 32} = 1.63 \text{ cm}^2$$

Trattandosi di tensoflessione, sarà $F_e = F_{el} + \Delta F_e + N / \sigma_e = 6.86 + 1.63 + 5500 / 1400 = 12.42 \text{ cm}^2$

La tensione nell'armatura compressa vale:

$$\sigma'_e = n \times \sigma_b \times \frac{x - h'}{x} = 15 \times 65 \times \frac{14.8 - 4}{14.8} = 710 \text{ kg/cm}^2$$

L'armatura compressa vale:

$$F'_e = \frac{\Delta M}{c \times \sigma'_e} = \frac{73000}{32 \times 710} = 3.21 \text{ cm}^2$$

Esempio 14: pilastro rettangolare sottoposto a compressione semplice

dati: $N = 46000$ kg
 $h_s = 4.00$ m
 $H (d) = 25$ cm
Acciaio tipo III = St 45/50
Calcestruzzo = B300
Vincolo = colonna incastrata al piede e libera in sommità

incognite: b, F_e

Poiché il pilastro ha condizioni di vincolo a mensola, la lunghezza libera di inflessione l_0 è pari a $2l = 800$ cm.

Si calcola innanzi tutto il rapporto h_s / d : al riguardo si utilizzano le scale A e B, impostando A 8 (per $l_0 = 800$) in opposizione a B 25. Il risultato è 32. Una volta effettuata l'impostazione, senza muovere lo scorrevole si ruota il regolo e si leggono sulla finestrella a sinistra del regolo i valori di ω (= 1.95) e μ (= 0.8%).

La sezione minima del pilastro vale $F_b = \frac{N \times \omega}{C}$, come riportato sull'angolo in alto a sinistra del corpo del regolo.

Nella tabella riportata sull'estremità sinistra dello scorrevole si legge, per acciaio tipo IV e calcestruzzo B300, il valore $C = 91.2$

$$\text{Quindi } F_b = \frac{46000 \times 1.95}{91.2} \approx 985 \rightarrow b = \frac{985}{25} = 38.4 \text{ cm}$$

E' dunque possibile adottare una sezione $b \times H = 40 \times 25$ cm.

L'armatura minima da collocare nella sezione vale $F_e = \mu F_b = 0.008 \times 985 = 7.88 \text{ cm}^2$.

Esempio 15: pilastro a sezione quadrata sottoposto a compressione semplice

dati: $N = 68000 \text{ kg}$
 $h_s = 4.00 \text{ m}$
Acciaio tipo III = St 45/50
Calcestruzzo = B300
Vincolo = colonna incastrata al piede e libera in sommità

incognite: d, F_e

La verifica viene effettuata per tentativi, stimando una sezione e verificandone l'ammissibilità. Poiché il pilastro ha condizioni di vincolo a mensola, la lunghezza libera di inflessione l_0 è pari a $2l = 800 \text{ cm}$.

Si sceglie una sezione di primo tentativo di dimensioni $\text{cm } 30 \times 30$. Si calcola innanzi tutto il rapporto h_s / d : al riguardo si utilizzano le scale A e B, impostando A 8 (per $l_0 = 800$) in opposizione a B 3.0 (per $h = 30 \text{ cm}$). Il risultato è 26.7. Una volta effettuata l'impostazione, senza muovere lo scorrevole si ruota il regolo e si leggono sulla finestrella a sinistra del regolo i valori di $\omega (= 1.45)$ e $\mu (= 0.8\%)$.

La sezione minima del pilastro vale $F_b = \frac{N \times \omega}{C}$, come riportato sull'angolo in alto a sinistra del corpo del regolo.

Nella tabella riportata sull'estremità sinistra dello scorrevole si legge, per acciaio tipo IV e calcestruzzo B300, il valore $C = 91.2$

$$\text{Quindi } F_b = \frac{68000 \times 1.45}{91.2} \approx 1080 \rightarrow d = \sqrt{1080} = 32.9 \text{ cm}$$

Poiché il lato trovato è maggiore di quello inizialmente ipotizzato, la sezione non è verificata, pertanto occorre aumentarne le dimensioni. Si sceglie allora una sezione di secondo tentativo di dimensioni $\text{cm } 32 \times 32$. Si ricalcola il rapporto h_s / d come già illustrato: impostando A 8 (per $l_0 = 800$) in opposizione a B 32, il risultato è 25.0. Analogamente a come si è fatto in precedenza, si leggono sulla finestrella a sinistra del regolo i valori di $\omega = 1.28$ e $\mu = 0.8\%$.

$$\text{La sezione minima del pilastro vale } F_b = \frac{68000 \times 1.32}{91.2} \approx 985 \rightarrow d = \sqrt{985} = 31.4 \text{ cm}$$

Poiché 31.4 è inferiore e non dissimile a 32, possiamo ritenere accettabile il dimensionamento effettuato.

L'armatura da collocare nella sezione vale $F_e = \mu F_b = 0.008 \times 985 = 7.88 \text{ cm}^2$. Per determinare che tipo di armatura adottare, volendo disporre quattro barre (una per vertice), si collocherà B 4 in corrispondenza di A 7.85. Poi si sposterà il cursore ponendo la linea di fede principale su B 1. In corrispondenza dell'indice secondario di destra del cursore normale (fig. 4), si legge 1.58, il che equivale a dire che l'armatura calcolata equivale teoricamente a 4 barre circolari aventi questo diametro. In pratica si dovranno dunque adottare 4 barre $\varnothing 16 \text{ mm}$.

Esempio 16: pilastro rettangolare sottoposto a compressione semplice

dati: $d = 25 \text{ cm}$
 $b = 30 \text{ cm} \rightarrow F_b = 30 \times 25 = 750 \text{ cm}^2$
 $h_s = 6.00 \text{ m}$
Acciaio tipo III = St 45/50
Calcestruzzo = B225
Vincolo = colonna doppiamente incernierata

incognite: N ammissibile, F_e

In relazione alle condizioni di vincolo, la lunghezza libera di inflessione l_0 coincide con la lunghezza del pilastro, quindi $l_0 = 600 \text{ cm}$.

Si calcola innanzi tutto il rapporto h_s / d : impostare A 6 (per $l_0 = 600$) in opposizione a B 25 (risulta $h_s / d = 24$). Senza muovere lo scorrevole ruotare il regolo: sulla finestrella a sinistra del regolo si leggono i valori di $\omega = 1.27$ e $\mu = 0.8\%$.

N ammissibile vale $N = \frac{F_b \times C}{\omega}$, come desumibile dalla formula riportata sull'angolo in alto a sinistra del corpo del regolo.

La tabella riportata sull'estremità sinistra dello scorrevole si legge, per acciaio tipo III e calcestruzzo B225, il valore $C = 76.2$

$$\text{Quindi } N = \frac{750 \times 76.2}{1.27} = 45000 \text{ kg}$$

L'armatura da collocare nella sezione vale $F_e = \mu F_b = 0.008 \times 750 = 6.00 \text{ cm}^2$.

Per determinare che tipo di armatura adottare, volendo disporre quattro barre (una per vertice), si collocherà B 4 in corrispondenza di A 6.00. Poi si sposterà il cursore ponendo la linea di fede principale su B 1. In corrispondenza dell'indice secondario di destra del cursore normale (fig. 4), si legge 1.38, quindi si adotteranno 4 barre $\varnothing 14 \text{ mm}$.

INDICE

Premessa	pag. 2
Illustrazione del regolo: fronte	pag. 3
Illustrazione del regolo: gola interna e retro dello scorrevole	pag. 4
Osservazioni generali	pag. 5
Descrizione del regolo	pag. 5
Principi generali del calcolo	pag. 7
Principio di funzionamento	pag. 8
Flessione semplice	pag. 8
Flessione composta	pag. 12
Sezioni semplicemente compresse	pag. 12
Esempio 1: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – noti M, b, σ_e, σ_b	pag. 13
Esempio 2: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – noti M, b, h, σ_e	pag. 14
Esempio 3: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – noti h, b, σ_e, σ_b	pag. 15
Esempio 4: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – noti M, b, h, F_e	pag. 15
Esempio 5: soletta sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – noti M, b, σ_e, σ_b	pag. 16
Esempio 6: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – $n \neq 15$ – noti M, b, σ_e, σ_b	pag. 17
Esempio 7: trave a T sottoposta a flessione semplice – armatura semplice – noti $M, b_0, d, \sigma_e, \sigma_b$	pag. 18
Esempio 8: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura doppia – noti $M, b, h, h', \sigma_e, \sigma_b$	pag. 19
Esempio 9: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura doppia – noti M, b, h, h', F_e, F'_e	pag. 20
Esempio 10: sezione rettangolare sottoposta a flessione semplice – armatura doppia – noti $M, b, h, h', \sigma_e, \sigma_b$	pag. 21
Esempio 11: sezione rettangolare sottoposta a pressoflessione – armatura semplice – noti M, N, b, h, σ_e	pag. 22
Esempio 12: sezione rettangolare sottoposta a pressoflessione – armatura doppia – noti $M, N, b, h, \sigma_e, \sigma_b$	pag. 23
Esempio 13: sezione rettangolare sottoposta a tensoflessione – armatura doppia – noti $M, N, b, h, \sigma_e, \sigma_b$	pag. 24
Esempio 14: pilastro rettangolare sottoposto a compressione semplice – noti $N, H, \text{tipo Acciaio, classe Cls}$...	pag. 25
Esempio 15: pilastro a sezione quadrata sottoposto a compressione semplice – noti $N, \text{tipo Acciaio, classe Cls}$	pag. 26
Esempio 16: pilastro rettangolare sottoposto a compressione semplice – noti $b, H, \text{tipo Acciaio, classe Cls}$	pag. 27