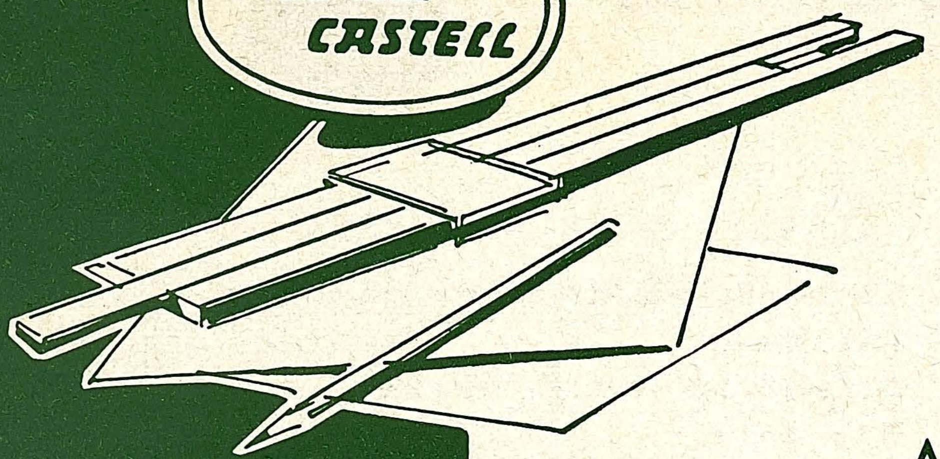
FABER-CASTELL



ANLEITUNG

zum Gebrauch der STATIFIX-Rechenplatte

CASTELL Nr. 991

A. W. FABER-CASTELL STEIN BEI NÜRNBERG

STATIFIX

das unentbehrliche Hilfsmittel
bei der Auswertung und Beurteilung
statistischer Messreihen

FABER-CASTELL

Inhaltsverzeichnis

1.0 Vorwort

Der ständig zunehmende Einsatz der statistischen Güteüberwachung, in der Serienfertigung sowie die Anwendung der technischen Statistik bei wissenschaftlichen Untersuchungen läßt den Wunsch nach Rechengeräten zur Bestimmung der Kenngrößen immer stärker werden.
Teils verzichtet man auf eine Auswertung von Meßergebnissen, da die Berechnung an der praktischen Durchführung scheitert, wodurch wertvolle Erkenntnisse verloren gehen und teure Messungen nicht die gewünschte sichere Information liefern.

Da automatische Rechengeräte für derartige Zwecke heute noch aufwendig und kostspielig sind, hat sich die graphische Auswertung im Wahrscheinlichkeitsnetz immer mehr in der Praxis durchgesetzt. Die Rechenplatte "STATIFIX" soll die Arbeit mit dem Wahrscheinlichkeitsnetz einfacher und sicherer gestalten.

Obwohl die Auswertung der Rechenplatte "STATIFIX" außerordentlich einfach ist, soll in der vorliegenden Gebrauchsanweisung auf die einzelnen Punkte sehr ausführlich mit praktischen Beispielen eingegangen werden, um selbst demjenigen weiterzuhelfen, der sich erst neu die Methoden der technischen Statistik zu nütze gemacht hat. Außerdem wird auf einige Möglichkeiten hingewiesen, die heute noch nicht so bekannt sind.

Erbach/Odw. im Sommer 1958 Lohse

2.0 Erläuterung der Formelzeichen:

x_i = der einzelne Meßwert
x = Mittelwert (arithmetisches Mittel)
s = Standardabweichung (mittlere quadratische Abweichung)
N = Stichprobengröße (Anzahl der Meßwerte)
m = Klassennummer
fm = Anzahl je Klasse
Σfm = Summenhäufigkeit
Σ = Summe
c = Klassenbreite
CV = Variationskoeffizient

3.0 Klassenbreite und -Anzahl

3.1 Falls die zu erwartende Streubreite völlig unbekannt ist, so ist es erforderlich, daß zunächst die echten Meßwerte notiert werden. Die Differenz zwischen höchstem und tiefstem Meßwert teilt man durch die Anzahl Klassen und erhält auf diese Weise die erforderliche Klassenbreite:

$$\frac{\text{max.Meßwert } (x_{i\,max}) - \text{min.Meßwert } (x_{i\,min})}{\text{Anzahl Klassen } (\sqrt{N})} = \text{Klassenbreite (c)}$$

Wenn zwischen den äußeren Werten und den darauf folgenden (Kollektiv) eine große Spanne besteht, so ist Vorsicht geboten, da es sich um einen sogenannten Ausreißer handeln kann.

3.2 Die <u>Anzahl der erforderlichen Klassen</u> bestimmt man aus der Faustregel

$$c = \sqrt{N}$$

Da meist mit 100 Stichproben gerechnet wird, wendet man in der Praxis grösstenteils 10 Klassen an.

Zu viele Klassen führen zu Fehlschlüssen, da sehr leicht auf Mischkollektive geschlossen wird, die überhaupt nicht vorhanden sind, wobei das Fehlen in der zu geringen Anzahl Meßwerte je Klasse zu suchen ist. Die Aussagesicherheit für eine derart "feine" Klassenteilung ist nicht vorhanden. Gleichzeitig steigt natürlich der Aufwand an Prüfzeit und die Möglichkeit Fehler zu machen.

3.3 Ist die Standardabweichung beispielsweise bei Routinemessungen in etwa bekannt, so kann man nach folgender Faustregel vorgehen:

$$c = \frac{s \cdot 6}{\sqrt{N} - 2}$$

$\sqrt{N} - 2$ bedeutet: 2 Klassen Reserve, zumal ja nur mit 3 x Standardabweichung (99,7%) gerechnet wurde; es können also ohne weiteres noch Werte über die vorgegebene Klassenzahl hinaus auftreten.

__Beispiel:__ Sollmaß 39 mm

Messprotokoll:

38,990	88	91	91	91	92	97	89	89	90
92	92	89	90	93	89	93	92	92	39,002
90	94	94	92	94	93	94	95	88	91
89	92	94	89	92	95	98	96	92	39,002
91	93	97	90	92	90	97	94	96	39,006
92	92	95	96	89	94	98	92	95	39,002
92	93	92	96	91	39,000	97	88	97	39,007
$\boxed{87}$	95	90	97	94	39,000	98	93	95	96
93	96	95	94	90	95	98	92	95	98
92	90	39,000	94	92	39,000	94	95	91	95

3.1 $$c = \frac{39.007 - 38.987}{\sqrt{100}} = \frac{0{,}020}{10} = 0{,}002 \text{ mm } (2\mu)$$

3.3 Die Standardabweichung soll beispielsweise 4μ betragen:

$$c = \frac{4 \cdot 6}{\sqrt{N-2}} = \frac{24}{8} = 3\mu$$

4.0 Begriff der Klassenhäufigkeit und Bestimmung der Summenhäufigkeit.

4.1 Die __Klassenhäufigkeit__ stellt die Verteilung der Anzahl Meßwerte je Klasse dar. Graphisch aufgezeichnet erhält man eine Kurve, die eine oder mehrere Gipfel aufweist. (Bild 1 + 2)

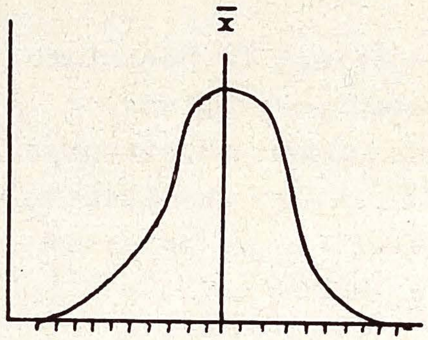


Bild 1

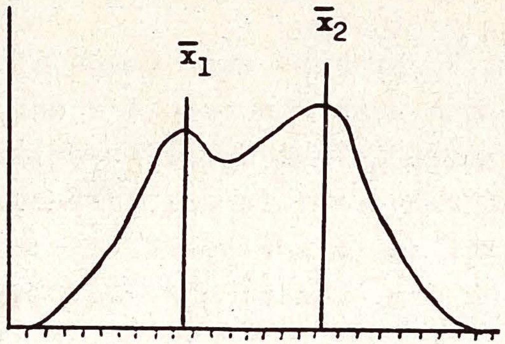
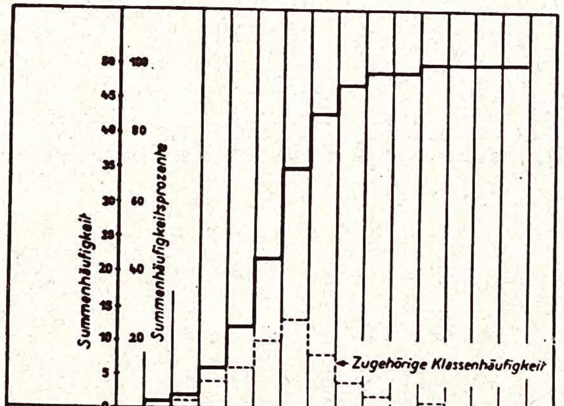


Bild 2

4.2 Die <u>Summenhäufigkeit</u> erhält man derart, daß man von der kleinsten oder größten Klasse beginnend, die Anzahl der Meßwerte jeweils zur Anzahl der nächsten Klasse hinzuzählt. Auf diese Weise entsteht eine nach links oder rechts ansteigende Treppenlinie. (Bild 3)

<u>Beispiel:</u>

Da der STATIFIX symmetrisch aufgebaut ist, lassen sich beide Arten der Summenlinien verwenden.



Klasse Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Summenhäufigkeit	0	1	2	6	12	22	35	43	47	49	49	50	50	50	50	50

Bild 3: Gemeinsame Darstellung der Summenhäufigkeitsverteilung und der Klassenhäufigkeit

5.0 Summenhäufigkeitsprozente

Damit das Wahrscheinlichkeitsnetz, das auf der Grundplatte des STATIFIX aufgedrückt ist, für alle Stichprobengrößen angewendet werden kann, muß die Summenhäufigkeit in Prozenten eingetragen werden.

Diese läßt sich mit einem Rechenstab sehr rasch mit einer Einstellung (- höchstens zwei -) ermitteln, indem man über die rechte 1 der unteren Stabkörper-Teilung (entspricht 100%) die gesamte Anzahl der Proben (nämlich 50) der unteren Schieberteilung stellt. Damit ist eine Tabelle gebildet und man kann mit Hilfe des Läuferstrichs auf der Schieberteilung die Summenhäufigkeit (Σfm) einstellen und darunter auf der Stabkörper-Teilung die prozentuale Häufigkeit (Σfm%) ablesen. (Bild 4)

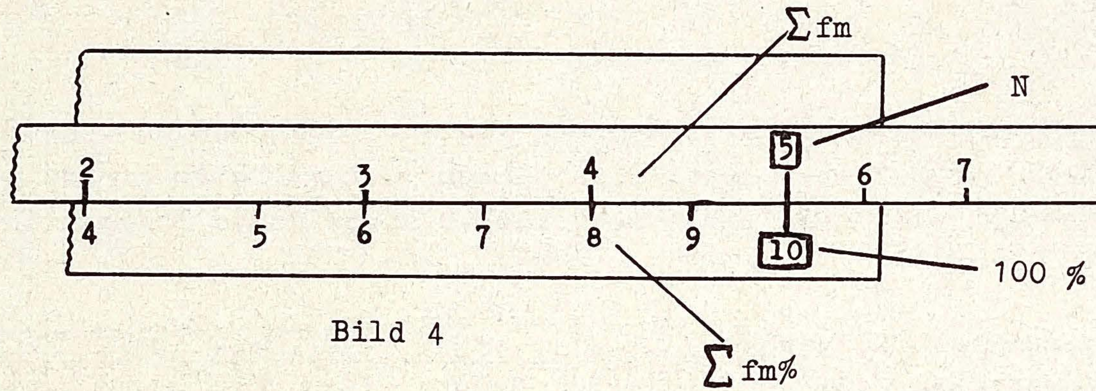


Bild 4

Bild 4: Einstellung des Rechenschiebers zur Bildung der Summenhäufigkeitsprozente.

<u>**Beispiel:**</u>

m	Σfm	Σfm%
1	0	0
2	1	2
3	2	4
4	6	12
5	12	24
6	22	44
7	35	70
8	43	86
9	47	94
10	49	98
11	49	98
12	50	100

6.0 Eintragung der Summenhäufigkeitsprozente in das Wahrscheinlichkeitsnetz des STATIFIX. (Bild 5)

6.1 Zunächst nimmt man den durchsichtigen Streifen am unteren Rand des Gerätes nach Lösen der Druckknöpfe ab und beschriftet die sog. Merkmalsachse (3) mit den Klassengrenzen, und zwar so, daß die starken senkrechten Linien jeweils die untere Klassengrenze darstellen. Die Beschriftung erfolgt zweckmäßigerweise mit einem der beigegebenen Stifte (Dermatograph). Falls sich die gleiche Klassenteilung oft wiederholt, so ist es zweckmäßig, einen Papierstreifen mit der Skala anzufertigen, den man dann einfach unterlegen kann. Anschließend legt man den durchsichtigen Streifen wieder auf und drückt beide Drücker ein.

6.2 Die Eintragung der Häufigkeiten erfolgt mit dem Fettstift im Schnittpunkt der Klassengrenze und der entsprechenden Summenhäufigkeit. Dabei ist darauf zu achten, daß bei einer Summation von der kleinsten zur größten Klasse die $\Sigma fm\%$ über der jeweils oberen Klassengrenze aufzutragen sind. Erfolgt die Summation im umgekehrten Sinn, so muß die Eintragung jeweils auf der unteren Klassengrenze erfolgen.

7.0 Bestimmung vom Mittelwert $\overline{x}$ und Standardabweichung s.

7.1 Zunächst wird die beigegebene durchsichtige Platte (1) mit dem drehbaren Lineal (6) aufgelegt, so daß diese am oberen Rand der Rechenplatte (4) einrastet. (4a)
Durch seitliches Verschieben der Platte und Drehen des Lineals legt man <u>die beste Gerade</u> (5) durch die Punktfolge, so daß sich die Punkte symmetrisch um die Linie verteilen. (Bild 5)

Da die Randwerte infolge ihrer geringen Häufigkeit unsicher anfallen, sollen die Punkte zwischen der Summenhäufigkeit 10-90% am stärksten berücksichtigt werden. Bereits wenig - 5-10% und 90-95% - darüber liegende Punkte können vernachlässigt werden. Es sei, daß diese systematisch bei wiederholter Prüfung auftreten und wertvolle Hinweise geben können.

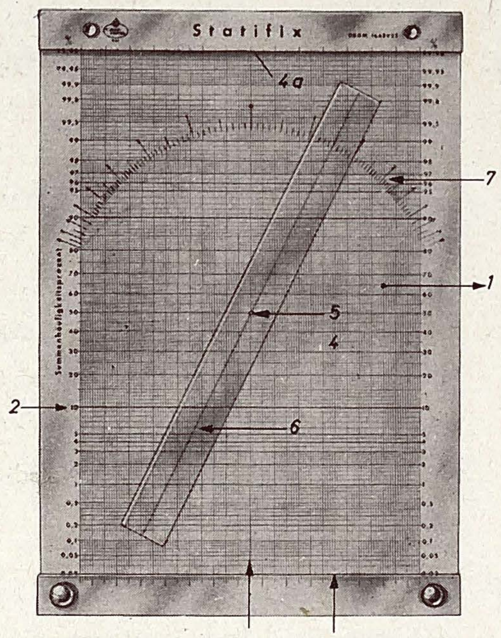


Bild 5

<u>Beispiel:</u>

Bei einer Maßtoleranz treten hohe Werte auf, Drehprozess wurde vereinzelt zu früh abgebrochen usw.

7.2 Der <u>Mittelwert</u> wird durch die Marke (8) am unteren Rand der durchsichtigen Platte auf der Merkmalsachse angezeigt.

7.3 Die Höhe der <u>Standardabweichung</u> bestimmt den Neigungswinkel des drehbaren Lineals und ist auf der Bogenskala (7), die auf der durchsichtigen Platte angebracht ist, abzulesen. Damit nun die Rechenplatte für alle Klassenbreiten anwendbar ist, wurde die Bogenskala in Klassen geeicht, es muß somit die abgelesene Zahl mit der Klassenbreite multipliziert werden. (Abstand auf der Merkmalsachse von starkem Strich zu starkem Strich = 12 mm).

7.4 Der <u>Variationskoeffizient</u> ist das relative Maß der Standardabweichung. Es empfiehlt sich, mit dieser Größe zu arbeiten, falls die Standardabweichung vom Mittelwert abhängig ist, wodurch Vergleiche zwischen Streuungen mit unterschiedlichem Mittelwert möglich sind.

Die Berechnung erfolgt nach der Formel:

$$CV\% = \frac{s \cdot 100}{\bar{x}}$$

Beispiel:

$\bar{x} = 40$

$s = 0,8$

$$CV = \frac{0,8 \cdot 100}{40} = 2\%$$

8.0 Auswertung von Meßreihen mit geringerer Anzahl von Meßwerten

Bei einer Klassierung von Meßreihen mit einer Stichprobengröße von 30 und weniger Meßwerten wirkt sich die Klassenbreite zu stark aus, so daß ohne Klassenteilung - also mit der echten Meßwertskala - gearbeitet werden muß.

8.1 Zunächst eicht man die Merkmalsachse, indem man die Meßskala mit dem Bereich aufträgt, der in der Streuung zu erwarten ist. (Bild 5)

8.2 Anschließend trägt man die einzelnen Meßwerte durch Kreuzchen über der Skala auf und erhält die Verteilung, indem die Meßwerte nach ihrer Höhe geordnet werden. (Bild 6)

8.3 Die Eintragung in das Wahrscheinlichkeitsnetz erfolgt bei den Summenhäufigkeiten, die man aus der Tabelle 1 entnimmt. Es ist dabei darauf zu achten, daß die Zahlenreihe für die richtige Stichprobengröße gewählt wird.

Treten bei einem Meßwert mehrere Ergebnisse auf, so wird das Mittel aus den zugehörigen Häufigkeiten gebildet und jeweils nur 1 Punkt aufgetragen.

Messreihe

+ 5 μ
-17 "
- 7 "
+ 9 "
+ 5 "
- 7 "
+30 "
- 1 "
+13 "
-12 "

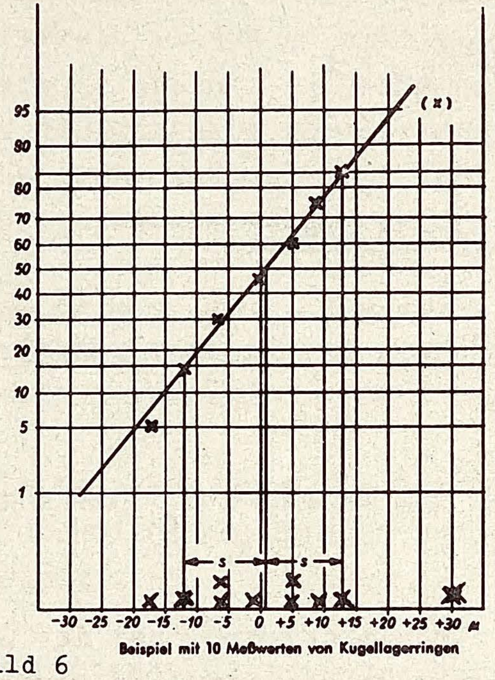


Bild 6

zu Bild 6

1)	2)	3)
- 17	5	5
- 12	15	15
- 7	25	30
- 7	35	30
- 1	45	45
+ 5	55	60
+ 5	65	60
+ 9	75	75
+ 13	85	85
+ 30	95	95

1) geordnete Meßwerte
2) Summenhäufigkeitsprozente aus der Tabelle
3) Eintragung der Meßwerte bei den zugehörigen Summenhäufigkeitsprozenten.

Tabelle 1 (Summenhäufigkeiten)

Anzahl der Stichproben

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
1	5	4,5	4,2	3,8	3,6	3,3	3,1	2,9	2,8	2,6	2,5	2,4	2,3	2,2	2,1	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,7
2	15	13,6	12,5	11,5	10,7	10,0	9,4	8,8	8,3	7,9	7,5	7,1	6,8	6,5	6,25	6,0	5,8	5,6	5,4	5,2	5,0
3	25	22,7	20,8	19,2	17,8	16,7	15,6	14,7	13,9	13,2	12,5	11,9	11,4	10,9	10,4	10,0	9,6	9,3	8,9	8,6	8,3
4	35	31,8	29,2	26,9	25,0	23,3	21,9	20,6	19,4	18,4	17,5	16,7	15,9	15,2	14,6	14,0	13,5	13,0	12,5	12,1	11,7
5	45	40,9	37,5	34,6	32,1	30,0	28,1	26,4	25,0	23,7	22,5	21,4	20,4	19,6	18,75	18,0	17,3	16,7	16,1	15,5	15,0
6	55	50,0	45,8	42,3	39,2	36,7	34,4	32,3	30,6	29,0	27,5	26,2	25,0	23,9	22,9	22,0	21,2	20,4	19,6	19,0	18,3
7	65	59,1	54,2	50,0	46,4	43,3	40,6	38,2	36,1	34,2	32,5	30,9	29,6	28,3	27,1	26,0	25,0	24,1	23,2	22,4	21,7
8	75	68,2	62,5	57,7	53,5	50,0	46,9	44,1	41,7	39,5	37,5	35,7	34,1	32,6	31,25	30,0	28,9	27,8	26,8	25,9	25,0
9	85	77,3	70,8	65,4	60,7	56,7	53,1	50,0	47,2	44,8	42,5	40,5	38,7	37,0	35,4	34,0	32,7	31,5	30,4	29,3	28,3
10	95	86,4	79,2	73,1	67,8	63,3	59,4	55,9	52,8	50,0	47,5	45,2	43,2	41,3	39,6	38,0	36,6	35,2	33,9	32,8	31,7
11		95,5	87,5	80,8	75,0	70,0	65,6	61,8	58,4	55,3	52,5	50,0	47,7	45,7	43,75	42,0	40,4	38,9	37,5	36,2	35,0
12			95,8	88,5	82,1	76,7	71,9	67,7	63,9	60,6	57,5	54,7	52,2	50,0	47,9	46,0	44,2	42,6	41,1	39,7	38,3
13				96,2	89,2	83,3	78,1	73,6	69,4	65,8	62,5	59,5	56,8	54,4	52,1	50,0	48,1	46,3	44,6	43,1	41,7
14					96,4	90,0	84,4	79,5	75,0	71,1	67,5	64,4	61,4	58,7	56,25	54,0	51,9	50,0	48,2	46,6	45,0
15						96,7	90,6	85,4	80,6	76,4	72,5	69,1	66,0	63,1	60,4	58,0	55,8	53,7	51,8	50,0	48,3
16							96,9	91,2	86,1	81,6	77,5	73,8	70,5	67,4	64,6	62,0	59,6	57,4	55,4	53,5	51,7
17								97,1	91,7	86,9	82,5	78,6	75,0	71,8	68,75	66,0	63,5	61,1	58,9	56,9	55,0
18									97,2	92,2	87,5	83,4	79,6	76,1	72,9	70,0	67,3	64,8	62,5	60,4	58,3
19										97,4	92,5	88,1	84,1	80,5	77,1	74,0	71,2	68,5	66,1	63,8	61,7
20											97,5	93,0	88,6	84,8	81,25	78,0	75,0	72,2	69,6	67,3	65,0
21												97,7	93,2	89,2	85,4	82,0	78,8	75,9	73,2	70,7	68,3
22													97,7	93,5	89,6	86,0	82,7	79,6	76,8	74,2	71,7
23														97,9	93,75	90,0	86,5	83,3	80,4	77,6	75,0
24															97,9	94,0	90,4	87,0	83,9	81,1	78,3
25																98,0	94,2	90,7	87,5	84,5	81,7
26																	98,1	94,4	91,1	88,0	85,0
27																		98,1	94,6	91,4	88,3
28																			98,2	94,9	91,7
29																				98,3	95,0
30																					98,3

Die Bestimmung von Mittelwert und Standardabweichung erfolgt nach der in Abs. 7 beschriebenen Anweisung.
Bei der Berechnung der Standardabweichung ist darauf zu achten, daß tatsächlich der abgelesene Wert der Bogenskala mit dem Abstand zwischen den senkrechten dicken Strichen (12 mm auf der Merkmalsachse) multipliziert wird.

9.0 <u>Vertrauensbereich des Mittelwertes</u>

Bei der Beurteilung von Mittelwerten von Stichproben ist es sehr wichtig, daß der Vertrauensbereich des aus N einzelnen Meßwerten berechneten Mittelwertes beachtet wird. Dies gilt natürlich ganz besonders, wenn ein Vergleich zwischen verschiedenen Mittelwerten angestellt wird.

9.1 Aus der Tabelle (2) werden die entsprechenden Summenhäufigkeitsprozente für die untere und obere Vertrauensgrenze entnommen, dabei ist die Anzahl Einzelmessungen N und die gewünschte Sicherheit zu berücksichtigen. Dann sucht man die Schnittpunkte zwischen Summenhäufigkeit und "günstigsten Geraden". Senkrecht unter den Schnittpunkt kann dann die Spanne des Vertrauensbereiches vom Mittelwert $\pm$ abgelesen werden. Man geht beim Fällen des Lotes vom Schnittpunkt auf die Merkmalsachse am zweckmäßigsten so vor, daß man den Mittelwert mittels Fettstift auf der Merkmalsachse markiert und das Lineal senkrecht stellt, so daß es auf der Bogenskala auf die 0 deutet. Dann verschiebt man die ganze durchsichtige Platte bis zum Schnittpunkt und kann nun an der Mittelwertsmarke der Platte die Grenze des Vertrauensbereiches ablesen.

Tabelle 2. Vertrauensgrenzen des Mittelwertes im Wahrscheinlichkeitsnetz

N	S = 95% untere Vertrauens-grenze bei Σ%	S = 95% obere Vertrauens-grenze bei Σ%	S = 99% untere Vertrauens-grenze bei Σ%	S = 99% obere Vertrauens-grenze bei Σ%
5	10,7	89,3	1,8	98,2
6	14,8	85,2	5,0	95,0
7	18	82	7,9	92,1
8	20	80	10,8	89,2
9	22	78	13,2	86,8
10	24	76	15,2	84,8
11	25	75	17	83
12	26	74	18	82
13	27	73	20	80
14	28	72	21	79
15	29	71	22	78
16	30	70	23	77
17	30	70	24	76
18	31	69	25	75
19	32	68	25	75
20	32	68	26	74
21	32	68	27	73
22	33	67	27	73
23	33	67	28	72
24	34	66	28	72
25	34	66	29	71
26	34	66	29	71
27	35	65	30	70
28	35	65	30	70

N	S = 95% untere Vertrauens-grenze bei Σ%	S = 95% obere Vertrauens-grenze bei Σ%	S = 99% untere Vertrauens-grenze bei Σ%	S = 99% obere Vertrauens-grenze bei Σ%
29	35	65	30	70
30	35	65	31	69
31	36	64	31	69
32	36	64	31	69
33	36	64	32	68
34	36	64	32	68
35	37	63	32	68
40	37	63	33	67
45	38	62	34	66
50	39	61	35	65
60	40	60	37	63
70	41	59	38	62
80	41	59	38	62
90	42	58	39	61
100	42	58	40	60
120	43	57	41	59
140	43	57	41	59
160	44	56	42	58
180	44	56	42	58
200	44	56	43	57
300	45	55	44	56
400	46	54	45	55
500	46	54	45	55
750	47	53	46	54
1000	48	52	47	53

nach Dr. Martin

10.0 Vertrauensbereich der Standardabweichung

Das gleiche, was bereits zum Mittelwert erwähnt wurde, gilt ebenfalls für den Vertrauensbereich der Standardabweichung.

N genügend groß, d.h. über 200

$$s \pm \lambda \cdot \frac{s}{\sqrt{2N}}$$

N klein, d.h. unter 200

$$s_u = \chi_u \cdot s$$
$$s_o = \chi_o \cdot s$$

Die Werte für λ entnimmt man einer Tabelle für Integralwerte der Gaußschen Normalverteilung, dagegen χ_u und χ_o am zweckmäßigsten einem Nomogramm.

ANMERKUNG

Für Anwendungsgebiete, bei denen sich logarithmische Verteilung der Merkmalswerte ergibt, kann ein Zusatzgerät bei besonderer Bestellung geliefert werden.

Literaturhinweis:

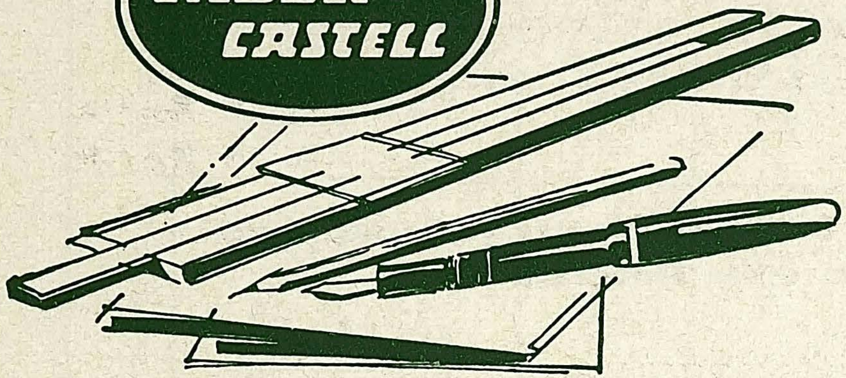
Tabelle 1 Syposium in Statistical Methods for the Detergent Laboratory Schmidt on Graphical Methods.

Tabelle 2 Dr. Martin, Faserforschung und Textiltechnik 8 (57) Heft 5

Formeln und Tabellen der mathem. Statistik Graf Henning - Springer Verlag.

Großzahl-Forschung und Häufigkeits-Analysen von Dr. Daeves, Einbeck bei Hannover.

FABER-CASTELL



858 1/761 d