



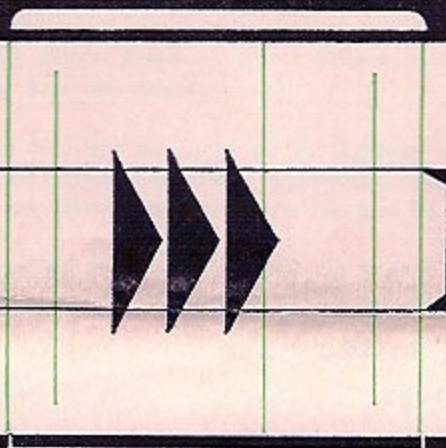
INSTRUCTIONS

relatives à l'emploi de la règle à calcul
de précision

BÉTON ARMÉ

Statique

No. 2/31



I. Généralités

La règle à calcul "CASTELL Béton Armé no 2/31" à double face a été créée en vue de fournir aux Ingénieurs Conseils, aux Architectes et à tous les Calculateurs, Projeteurs, Dessinateurs et Techniciens du bâtiment, des constructions et des travaux publics ainsi qu'aux élèves des grandes écoles techniques spécialisées, un instrument très perfectionné pour la détermination rapide des dimensions et la vérification des sections de béton armé les plus diverses. Les Professeurs l'utiliseront également avec profit.

En la créant, nous nous sommes inspirés des considérations suivantes:

- 1) Etablir, selon des bases rigoureusement scientifiques, un instrument qui réponde à toutes les exigences du calcul c'est-à-dire: facilité de lecture, haute précision, maniabilité, rapidité.
- 2) Concevoir la règle à calcul de telle sorte qu'elle puisse être utilisée avec la même commodité dans de larges mesures, pour les contraintes usuelles du béton et de l'acier.

La règle à calcul "CASTELL Béton Armé no 2/31" répond parfaitement aux conditions de la pratique. Une seule réglette permet d'effectuer tous les calculs.

Les échelles principales se trouvent au recto de la règle et de la réglette, et les échelles fonctionnelles sont gravées au verso; il résulte, de cette disposition judicieuse, une grande facilité de manipulation et de lecture. Dès le premier essai, l'utilisateur se rendra compte de la rapidité et de la précision mathématique des résultats obtenus.

Grâce aux nombreux exemples numériques traités, la présente instruction permettra, même à ceux qui manquent d'expérience dans le maniement de la règle à calcul, un entraînement rapide et sûr, sans aucun effort.

Les références aux Règlements Officiels, notamment le Décret no. 68-340 du 4 Avril 1968 (obligatoire à partir du 1^{er} Mai 1968) ont été indiquées.

Enfin une bibliographie sommaire est mentionnée en annexe; quelques ouvrages donnent des indications précises sur les contraintes admissibles.

II. Description

A - RECTO — Le recto de la règle comporte douze échelles classiques et spéciales, nécessaires pour la résolution des problèmes mathématiques et techniques qui se présentent dans la pratique courante de la profession:

- A et B — échelles (fixe et mobile) des carrés
- C et D — échelles fondamentales (mobile et fixe) des nombres
- BI — échelle des inverses des carrés
- CI — échelle des inverses des nombres
- K — échelle des cubes
- L — échelle des mantisses des logarithmes décimaux
- S — échelle des sinus (et cosinus) de $5,5^\circ$ à 90°
- T₁ — échelle des tangentes, de $5,5^\circ$ à 45°
- T₂ — échelle des tangentes, de 45° à $84,5^\circ$
- ST — échelle des petits arcs, sinus et tangentes, jusqu'à 6°

Nota — Les échelles T₁ et T₂ permettent le calcul des cotangentes.

Nous supposons que l'emploi de ces différentes échelles est parfaitement connu de l'utilisateur; dans le cas contraire, notre "Manuel pour l'emploi de la Règle à Calcul", rédigé par J. CARLY, Professeur à l'Ecole Centrale des Arts et Métiers de Bruxelles, donnera, notamment aux débutants, toutes les indications et les modes opératoires dont ils pourront avoir besoin pour effectuer leurs calculs classiques.

B - VERSO — Le verso de la règle comporte les échelles fonctionnelles fixes et mobiles nécessaires pour les calculs techniques du béton armé. Ces échelles sont disposées d'une façon judicieuse et rationnelle, et dispensent l'utilisateur de recourir à la consultation d'abaques ou de barèmes, qui sont généralement encombrants.

Enumération des échelles fonctionnelles:

- M — échelle des moments fléchissants, en m.t
- b — échelle des largeurs des sections transversales de béton armé, en cm
 - une échelle **commune** aux trois fonctions suivantes:
- x — échelle de la position de l'axe neutre, en cm

f_o — échelle de la section des armatures d'acier, en cm^2

h — échelle de la hauteur utile d'une section fléchie, en cm

$\frac{x}{3}$ — échelle de la position du centre de compression, en cm

— sur la partie fixe supérieure sont gravées quatre échelles "f" légèrement inclinées.

— sur la partie fixe inférieure, on trouve:

deux échelles inclinées "x"

deux échelles inclinées "h"

Nota — Le signe σ , gravé près de ces groupes d'échelles inclinées, rappelle que les valeurs de la contrainte σ' de compression du béton sont portées sur ces échelles.

C - CURSEUR — Le curseur à double face, marqué $n = 15$ au verso, est facilement démontable en vue de son nettoyage.

Au recto, il est muni d'un long trait central, pour les correspondances avec les différentes échelles; deux longs traits rouges, placés aux extrémités du curseur, facilitent les lectures sur les graduations supplémentaires des échelles. Les lettres PS (cheval-vapeur) et kW (kilowatts) permettent la conversion rapide de ces unités sur les échelles respectives. Le petit trait des échelles A (et B) est décalé de $\frac{\pi}{4} = 0,7854$ par rapport au trait central et permet ainsi le calcul rapide de l'aire d'une section circulaire dont le diamètre est lu en D.

Au verso, le curseur est muni de traits rectilignes et curvilignes. Les traits rectilignes portent l'indication des fonctions correspondantes; les chiffres gravés sur les bandeaux supérieur et inférieur du curseur, exprimés en tonnes par cm^2 (contrainte de traction de l'acier) permettent de repérer les traits curvilignes auxquels ils se rapportent.

D - PLAQUETTE — Une plaquette mince, établie pour " n " = 15, est livrée avec la règle.

a) sur l'une de ses faces, des graduations en cm et mm, et en pouces (et fractions) permettent les tracés et les mesures, et même les conversions avec l'aide du curseur. On y trouve des masses usuelles, des constantes numériques, un abaque, ainsi qu'un tableau des périmètres et de l'aire des sections des armatures en acier rond de ϕ divers.

b) sur l'autre face, on trouve quatre échelles fonctionnelles et trois abaques facilitant les calculs.

Nota — Un curseur gravé pour " n " = 10 peut être fourni sur demande. Il est alors livré accompagné d'une plaquette établie pour " n " = 10.

III. Possibilités d'utilisation

En plus de toutes les opérations usuelles de calcul, les échelles décrites précédemment permettent la détermination précise de toutes les sections de béton armé, soumises à la flexion simple ou à la flexion composée, en accord avec les théories universellement admises.

Les calculs peuvent être effectués pour des contraintes de l'acier et du béton, variant dans de larges mesures; les calculs seront donc valables quels que soient les règlements appliqués.

La règle à calcul "CASTELL Béton Armé 2/31" permet de calculer les dalles nervurées, les dalles avec hourdis creux en béton ou en céramique, les dalles pleines, les poutres rectangulaires ou en T, avec ou sans armatures en compression.

Les armatures en treillis soudé ou en tôles découpées et étirées peuvent également être calculées. En outre, la règle à calcul "CASTELL Béton Armé 2/31" offre la possibilité de calculer les poteaux et colonnes, de vérifier la résistance au cisaillement, de déterminer les contraintes d'adhérence, et de calculer les appuis conformément aux règlements officiels.

IV. Notations symboliques

Dans le calcul des dimensions des constructions en béton armé, les notations varient selon les règlements et les auteurs. Nous avons adopté, autant que possible, les notations du Comité Européen du Béton (C. E. B.).

On consultera les règlements ci-après:

- | | |
|---|--------------------------|
| a) l'annexe D des règles BA 1960 (p 351 et suivantes) | |
| b) la Cr n° 70 du 14 Nov. 1964 (fasc. n° 64-21 ter, p 96 et suivantes) | } pour mémoire seulement |
| c) le Décret 68-340 du 4 Avril 1968 (pour les marchés de l'Etat) | |
| d) le Code "UNESCO" 1967, rédigé par un groupe de travail international du C. E. B. & de l'A. C. I. | |

les nouvelles règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en Béton armé (CCBA 68).

Nota — Le Décret 68-340 annule implicitement la C. n° 70 du 14 Nov. 1964 à partir du 1^{er} Mai 1968, et le D. T. U. (CCBA 68) annule et remplace les règles BA 1960 (cf. Bibliographie in Fine).

Dans l'établissement des notes de calcul, il y aura lieu de préciser la référence du règlement appliqué, ce qui dispensera de définir les symboles employés pour les notations, et évitera les erreurs, notamment dans l'emploi de l'**apostrophe** qui est utilisée pour la **compression** dans les trois derniers règlements précités.

a) Notations générales

A	aire de la section droite des armatures tendues
A'	aire de la section droite des armatures comprimées
E _a	module d'élasticité de l'acier
E _b	module de déformation longitudinale du béton en général
L	distance entre nus des appuis d'une travée (portée libre)
M	moment fléchissant dans une poutre simplement fléchie
N	effort normal
T	effort tranchant
a	plus petite dimension transversale de la section droite d'une pièce comprimée rectangulaire
b	plus grande dimension transversale de la même section
b	largeur d'une section fléchie rectangulaire
b	largeur de la table de compression d'une section fléchie en T symétrique
b _e	largeur efficace de la table de compression d'une section en forme de T
b ₀	largeur de la nervure d'une poutre fléchie en T ou épaisseur de l'âme d'une poutre fléchie à talon
d	distance de l'armature tendue à la face tendue dans le calcul des contraintes normales en flexion
d'	distance de l'armature comprimée à la face comprimée dans le calcul des contraintes normales en flexion
e	excentricité de l'effort normal par rapport au centre de gravité de la section du béton seul d'une pièce prismatique
h	hauteur utile d'une section fléchie, c'est-à-dire distance de la fibre extrême comprimée au centre de gravité de l'armature tendue
h _c	distance entre les centres de gravité des armatures principales
h ₀	épaisseur de la table de compression d'une section en forme de T, d'un hourdis ou d'une paroi fléchie
h _t	hauteur totale d'une section fléchie
l	longueur de flambement d'une pièce comprimée
l _c	
n	coefficient d'équivalence (Le C. E. B. autorise aussi "m")
p, p _a	périmètre des armatures
p	surcharge par unité de longueur ou de surface
q	charge totale pondérée par unité de longueur ou de surface
x (y)	distance de l'axe neutre à la fibre la plus comprimée de la section

z	bras de levier du couple des forces élastiques dans la section d'une poutre soumise à la flexion simple.
\varnothing	Diamètre nominal d'une barre
σ	contrainte normale en général
σ_a	contrainte de traction de l'acier
σ'_a	contrainte de compression de l'acier
$\bar{\sigma}_a$	contrainte de traction admissible de l'acier
$\bar{\sigma}'_a$	contrainte de compression admissible de l'acier
σ_b	contrainte de traction du béton
σ'_b	contrainte de compression du béton
$\bar{\sigma}_{bt}$	contrainte de traction de référence du béton
$\bar{\sigma}'_b$	contrainte de compression admissible du béton
$\bar{\sigma}'_{b0}$	contrainte de compression admissible du béton en compression simple
τ	contrainte tangente (ou de cisaillement) en général
τ_b	contrainte tangente du béton
$\bar{\tau}_b$	contrainte tangente admissible du béton
τ_d	contrainte d'adhérence
$\bar{\tau}_d$	contrainte d'adhérence admissible

b) Notations particulières

α	rapport des armatures tendues et comprimées dans une section de pièce fléchie: $\alpha = \frac{A'}{A}$
μ	pourcentage d'acier comprimé dans un poteau (règlement allemand)
ω	coefficient de flambement d'un poteau (règlement allemand)
f	aire des armatures d'acier tendu pour 100 cm de largeur
f'	aire des armatures d'acier comprimé pour 100 cm de largeur
h_d	hauteur calculée
K_{fe}	paramètre pour la détermination rapide des sections d'acier
K_h	paramètre pour la détermination rapide de la hauteur utile

K_x	paramètre pour la détermination rapide de la zone comprimée
M_o	moment idéal de flexion dans le cas de flexion composée
i	coefficient réducteur pour calculer b_e dans les sections en T
$m (v)$	rapport des contraintes de l'acier et du béton: $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$

V. Bases générales de calcul

a) **Les principes généraux de la résistance des matériaux s'appliquent au béton armé.**

1^o) les déformations sont proportionnelles aux efforts appliqués (tant que les contraintes subies ne dépassent pas les limites d'élasticité des matériaux).

2^o) les efforts moléculaires auxquels sont soumis les éléments de surface d'une même section droite se répartissent linéairement.

Ceci revient à dire avec NAVIER:

"Une section droite reste plane pendant la déformation"

et avec BARRE de SAINT-VENANT:

"Les tensions horizontales d'une pièce fléchie sont proportionnelles à leur distance à l'axe horizontal passant par le centre de gravité de la section".

3^o) Dans le calcul des pièces soumises à la traction ou à la flexion, par mesure de sécurité, on renoncera à prendre en compte la résistance du béton à la traction, que l'on supposera nulle.

4^o) Le coefficient d'équivalence $n = E_a : E_b$ peut prendre des valeurs très différentes; en effet, si l'on est d'accord pour admettre la valeur à peu près constante de $E_a = 2,1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ pour module d'élasticité de l'acier, le module d'élasticité du béton varie avec l'âge, la fissuration, le retrait, etc.

On admet cependant la valeur moyenne de $E_b = 1,4 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ce qui donne

$$n = \frac{E_a}{E_b} = \frac{2,1 \times 10^6}{1,4 \times 10^5} = 15$$

Cette valeur, "n = 15", réglementaire en France et dans de nombreux pays, a été prise comme base pour la résolution des problèmes posés dans la présente instruction.

Il est très facile de calculer avec une valeur de "n" quelconque, en suivant les indications données en annexe. Certains projeteurs opèrent quelquefois avec "n = 10"; c'est à leur intention que nous avons construit le curseur spécial (et la plaquette correspondante) permettant d'obtenir directement les résultats cherchés pour cette valeur. Les règlements fixent: le recouvrement des armatures, les distances aux parois, les écartements entre armatures, les largeurs ou épaisseurs minimales, et d'autres nombreuses prescriptions auxquelles il y aura lieu de se conformer rigoureusement.

b) Equations de base

Tous les cas de détermination d'une pièce fléchie en béton armé seront ramenés au cas-type de la poutre rectangulaire soumise à la flexion simple.

La règle à calcul permet la résolution des équations:

$$\begin{aligned} h &= K_h \sqrt{\frac{M}{b}} \\ x &= K_x \sqrt{\frac{M}{b}} \\ f_c &= K_{fc} \sqrt{\frac{M}{b}} \end{aligned} \quad \text{on obtiendra } A = \frac{f_c \times b}{100}$$

Nous remarquons que ces formules ont en commun l'expression $\sqrt{\frac{M}{b}}$, dans laquelle: M représente le moment fléchissant, en mètres-tonnes, et b la largeur, en cm.

Les paramètres K_h ; K_x et K_{fc} sont des fonctions de "n", σ_a et σ'_b . Ils sont introduits automatiquement dans les calculs par les graduations du curseur combinées avec les échelles obliques.

Un exemple numérique nous fera comprendre le mécanisme de la détermination d'une section fléchie.

Soit une poutre à simple armature, de largeur $b = 40$ cm, qui doit résister à un moment fléchissant de 2 m.t.

1°) amener $M = 2$ de la règlette en coïncidence avec $b = 40$ de la règle. Ce placement initial va nous permettre de déterminer les éléments de la section.

2°) nous fixons les contraintes $\bar{\sigma}_a = 2,0$ t/cm² pour l'acier et $\bar{\sigma}'_b = 80$ kg/cm² pour le béton.

- 3^o) pour trouver la hauteur utile "h", nous déplaçons le curseur de façon à amener le trait curviligne rouge marqué 2,0 (à gauche du trait "h" en bas) en correspondance avec le trait noir oblique de l'échelle "h", sur $\sigma'_b = 80$; on lit alors, sur l'échelle mobile supérieure, sous le trait "h" du curseur, la hauteur utile cherchée, soit: $h = 19,52$ cm, comme l'indique la figure 1, qui donne les positions respectives de la réglette et du curseur.

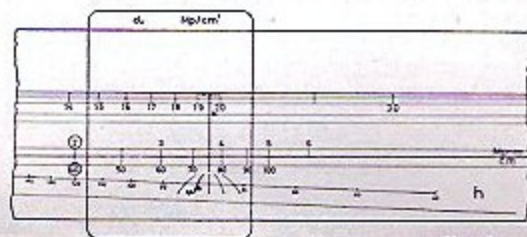


fig. 1

- 4^o) sans toucher à la réglette, déplaçons le curseur et faisons coïncider $\sigma'_a = 2,0$ (en haut du curseur, trait curviligne à gauche du trait axial, deuxième échelle à partir du haut) avec $\sigma'_b = 80$ de l'échelle oblique correspondante (voir fig. 2).

Sous le trait du curseur marqué f_c , nous lisons $f_c = 14,6$ cm², d'où nous tirons: $A = 14,6 \times \frac{40}{100} = 5,84$ cm².

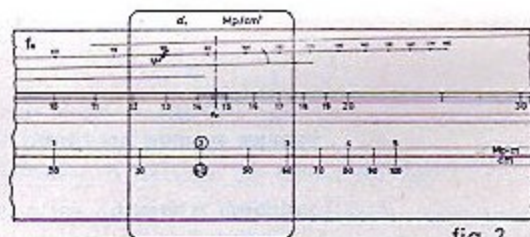


fig. 2

- 5^o) toujours sans bouger la réglette, amener sur l'échelle "x" oblique, à gauche, $\sigma'_a = 2,0$ en coïncidence avec $\sigma'_b = 80$; on lit alors, sous le trait du curseur marqué "x", la valeur: $x = 7,32$ cm, et simultanément sur l'échelle médiane de la réglette, la valeur: $\frac{x}{3} = 2,44$ cm (fig. 3).
D'où $z = h - \frac{x}{3} = 19,52 - 2,44 = 17,08$ cm.

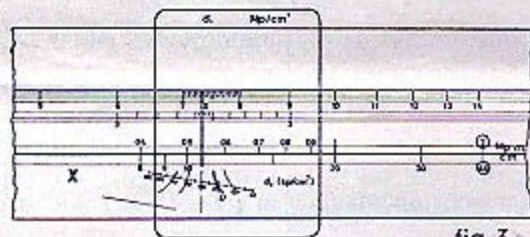


fig. 3

VI. Calcul des dimensions et vérification

Généralement, lorsqu'on calcule les sections de béton armé, on suppose que l'on connaît le moment de flexion et, s'il y a lieu, l'effort normal auxquels devra résister la section.

Il y a donc lieu de déterminer:

- Soit les dimensions nécessaires de la section (h et b_0 ou b) en se conformant aux contraintes admissibles choisies ou imposées.
- Soit les contraintes qui résultent des dimensions estimées ou conditionnées par la construction.

Lorsque les contraintes sont imposées, on obtient selon les figures 4, 5 et 6 les valeurs à calculer.

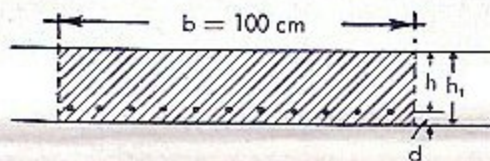


fig. 4

1^o) **Dalles ou hourdis minces**
($b = b_0 = 100$ cm) (fig. 4)

$$h = K_h \times \sqrt{\frac{M}{100}}$$

$$A = f_e = K_{fe} \times \sqrt{\frac{M}{100}}$$

$$x = K_x \times \sqrt{\frac{M}{100}}$$

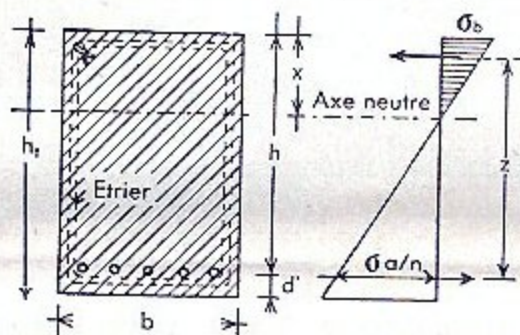


fig. 5

2^o) Poutres de section rectangulaire (fig. 5)

$$h = K_h \times \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$f_e = K_{fe} \times \sqrt{\frac{M}{b}}$$

$$A = f_e \times \sqrt{\frac{M}{B}}$$

$$x = K_x \times \sqrt{\frac{M}{b}}$$

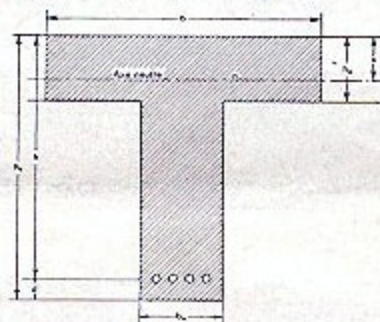


fig. 6

3^o) Poutre à nervure en forme de T

1^{er} cas: $x \leq h_0$ (fig. 6)

La largeur de hourdis à prendre en compte de chaque côté de la nervure ne doit pas dépasser la moitié de l'intervalle existant entre deux poutres parallèles.

L'article 17 de la C.M. du 14 Nov. 1964 fixait les largeurs autorisées pour les calculs.

Voir les Règles BA 60 - art. 4.213.

Voir l'art. 23-3 du Décret 68-340.

Consulter également le code "UNESCO", § 21-211 et 212, pour la détermination de la largeur efficace.

2^e cas: $x > h_0$

La largeur de hourdis, calculée comme ci-dessus, sera affectée d'un coefficient de réduction "i" déterminé à l'aide de la formule:

$$i = 1 - \left(1 - \frac{b}{b_0}\right) \left(1 - \frac{h_0}{x}\right)^2$$

Un abaque, gravé sur les plaquettes, permet la lecture immédiate de "i".

On aura: largeur efficace $b_e = b \times i$

Les poutres à nervure se calculent, comme les poutres à section rectangulaire, en prenant la largeur "b" dans le 1^{er} cas, et la largeur "b_e" dans le 2^{ème} cas. Une application numérique est donnée dans l'exemple n° 8.

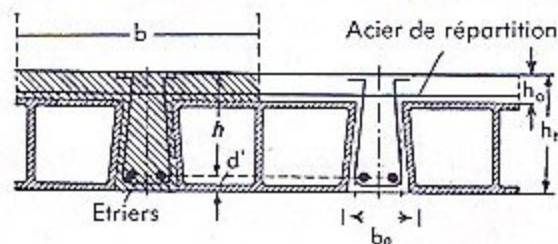


fig. 7

Les règlements fixent l'épaisseur du hourdis h_0 et les armatures minimales à introduire dans la dalle de compression.

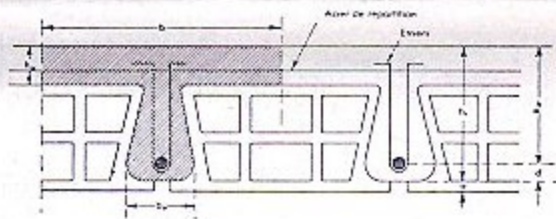


fig. 8

4^o) Planchers à corps creux

a) Corps creux en ciment (fig. 7).

On les calcule comme des poutres à nervure. Les corps creux sont généralement considérés comme des coffrages perdus ne participant pas à la résistance.

b) corps creux en céramique (terre cuite) (fig. 8).

On retombe dans le cas ci-dessus, on calcule ces planchers comme des poutres à nervure. Il faut cependant tenir compte que la hauteur totale du plancher est égale à la hauteur totale de la nervure augmentée de l'épaisseur "a" de la céramique.

La hauteur utile de calcul sera donc ici: hauteur du plancher moins "a" moins "d".

L'épaisseur de la dalle de compression, et les armatures minimales de la dalle sont fixées par les règlements.

Sous certaines conditions d'adhérence, les règles BA 60 permettaient de prendre, pour b_0 , la largeur réelle de la nervure augmentée de l'épaisseur des corps creux adjacents.

VII. Règles fondamentales d'utilisation de la Règle "CASTELL Béton Armé 2/31" pour le calcul des dimensions

On adapte d'abord sur la règle le curseur " $n = 15$ " (ou " $n = 10$ ") prescrit par les règlements.

Il est recommandé d'opérer avec les unités suivantes:

M en m.t

b, b_0 , h, h_0 , x, z en cm

σ_c en t/cm², σ'_b en kg/cm²

On localise, avec le trait "h" du curseur, la largeur "b" ou " b_0 " sur l'échelle fixe "b" et l'on amène le moment M sous ce trait (voir fig. 1). Les lectures de h, f_c et x se font toujours sur l'échelle supérieure de la règle, sous les traits marqués h, f_c et x, respectivement.

Le calcul de la section des armatures A s'obtient, en appliquant la formule: $A = \frac{f_c \times b}{100}$ par une simple multiplication effectuée à l'aide des échelles C et D du recto.

Au cas où une lecture tomberait en dehors des échelles, il suffirait de faire une translation totale de la règle dans le sens convenable pour lire la valeur cherchée.

Si une valeur de σ_c ou de σ'_b ne correspond pas exactement à une graduation chiffrée du curseur (ou des échelles obliques de la règle) on interpolera de la même façon que sur les échelles logarithmiques, en tenant compte de la valeur des intervalles.

Dans le cas particulier où les valeurs de σ_c se trouveraient de part et d'autre du curseur, il faudrait faire les lectures pour chacune des positions extrêmes, et partager la différence proportionnellement aux écarts (interpolation linéaire). Les points de lecture sont assez rapprochés pour rendre négligeable l'erreur commise en assimilant à une droite la courbe de la fonction considérée.

Exemples d'utilisation de la règle 2/31

A - Flexion plane simple

a) Dalles en béton armé

1er exemple: Calcul d'une dalle (fig. 9)

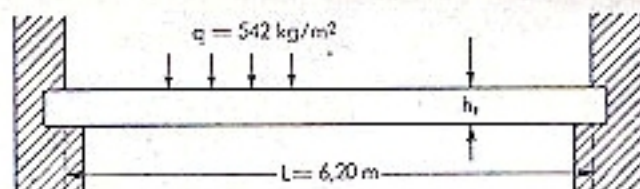


fig. 9

On connaît:

la charge totale par m² = $q = 542 \text{ kg/m}^2$

la portée libre entre appuis

$$L = 6,20 \text{ m}$$

la largeur de calcul

$$b = 100 \text{ cm}$$

les contraintes admissibles $\begin{cases} \sigma'_b = 50 \text{ kg/cm}^2 \\ \sigma_a = 1,4 \text{ t/cm}^2 \end{cases}$

on cherche:

l'épaisseur de la dalle h_e

la hauteur utile h

la position de l'axe neutre x

l'aire de la section des

armatures tendues A

Il faut tout d'abord déterminer le moment M ; en supposant

la dalle posée librement sur ses appuis, on a: $M = \frac{qL^2}{8}$, soit: $M = \frac{542 \times 6,2^2}{8} = 2610 \text{ m.kg}$ (ou 2,61 m.t)

Pour les débutants, voici le mode opératoire du calcul de M :

Placer le curseur (trait central du recto) sur 6,2 de l'échelle D; amener 8 de l'échelle B sous le trait, puis placer le trait central du curseur sur B-542. On lit, sous ce trait, sur l'échelle A, la valeur de M , soit 2610 m.kg, ou 2,61 m.t.

La valeur de M étant déterminée, le verso de la règle donnera les éléments cherchés en procédant comme suit:

Placer le trait "h" du curseur sur "b" = 100 cm, puis amener $M = 2,610$ sous ce trait. Le réglage est effectué entre règle et règlette et cette dernière ne sera plus déplacée.

a) on cherche "h". Amener en coïncidence le trait curviligne marqué 1,4 (à droite du trait "h") avec le trait oblique σ'_b (h) marqué 50; sur l'échelle supérieure "h", sous le trait "h", on lit la hauteur utile cherchée, soit $h = 18,4$ cm.

b) pour obtenir "x", amener le trait curviligne 1,4 (à gauche du trait "x" en coïncidence avec σ'_b (x) = 50; sur l'échelle "x", sous le trait "x" on lit la position de l'axe neutre, soit $x = 6,4$ cm. Simultanément, sous le trait "x", on lit la valeur $\frac{x}{3} = 2,13$ cm.

c) on calcule $z = h - \frac{x}{3} = 18,40 - 2,13 = 16,27$ cm.

d) l'aire des armatures s'obtient en amenant le trait curviligne 1,4 supérieur (à gauche) en coïncidence avec 50 (σ'_b) de l'échelle oblique située sur la partie supérieure de la règle (σ_b & fe).

On trouve, sous le trait "fe", l'aire $A = 11,45$ cm² (pour $b = 100$ cm).

Sur la plaquette (tableau des ronds en acier) on voit que 8 ronds ϕ 14 mm ont une section totale de $12,32$ cm² $> 11,45$.

Le diamètre des armatures choisies étant déterminé, il reste à calculer h (hauteur totale) par la formule:

$$h_t = h + \frac{\phi}{2} + d \text{ ce qui donne:}$$

$$h_t = 18,4 + 0,7 + "d" \text{ (qui est l'enrobage des barres).}$$

Les valeurs de "d" sont fixées par les règlements; elles sont de 1, 2 ou 4 cm selon les conditions d'exposition aux intempéries du parement de béton (Code UNESCO).

Le Décret 68-340 (art. 29.1.3 et 32.3.3) impose $d \geq \phi$.

Nous prendrons donc pour "d" la valeur 1,4 cm = ϕ d'où $h_t = 18,4 + 0,7 + 1,4 = 20,5$ cm.

On trouvera, en annexe (4), une méthode d'utilisation de la règle pour le calcul de la section et de la masse des armatures, cette dernière étant exprimée en kg par mètre linéique.

2ème exemple: L'ingénieur ou le praticien expérimenté procédera souvent au calcul dans l'ordre inverse. Pour un moment donné M et une contrainte de traction de l'acier choisie ou imposée, il estimera l'épaisseur de la dalle et déterminera la contrainte résultante du béton à la compression.

Les formules approximatives d'estimation de l'épaisseur de la dalle sont les suivantes:

pour $M \leq 1,5 \text{ m.t}$

$$h_t \approx M \times 10$$

si $M > 1,5 \text{ m.t}$

$$h_t \approx M \times 7,2 \text{ à } 8,35$$

Dans le cas du 1^{er} exemple, on aurait, en première estimation:

$$h_t = 2,61 \times 8,35 \approx 22 \text{ cm}$$

En admettant que $d + \frac{1}{2} \phi = 2 \text{ cm}$, $h = 22 - 2 = 20 \text{ cm}$. Il reste à calculer σ_a , σ'_b , x et A .

On place, comme précédemment, $M = 2,61$ en face de $b = 100 \text{ cm}$, puis le trait "h" du curseur en $h = 20 \text{ cm}$. On peut lire ensemble les contraintes σ_a et σ'_b ; par exemple $\sigma_a = 1,8$ d'où $\sigma'_b = 49$; ou $\sigma_a = 1,6$ d'où $\sigma'_b = 47$, ou encore $\sigma_a = 1,4$ d'où $\sigma'_b = 42,4$.

Si nous adoptons ces dernières contraintes, nous pouvons déterminer A (aire des armatures tendues) en plaçant le trait f_a du curseur de telle sorte que le trait curviligne $\sigma_a = 1,4$ coupe l'échelle oblique σ'_b en 42,4; on lit alors $A = 10,3 \text{ cm}^2$. (La plaquette nous indique que $7 \phi 14$ donnent $A = 10,78 \text{ cm}^2 > 10,3$.) Enfin, en amenant $\sigma_a = 1,4$ en correspondance avec $\sigma'_b = 42,4$ (trait x) on obtient la valeur $x = 6,5 \text{ cm}$ sous le trait.

Comme on peut le remarquer, tous ces résultats ont été obtenus par un seul positionnement de la règle.

3^{ème} exemple: Au cas où l'on voudrait remplacer les armatures en acier rond par du **treillis soudé** de haute qualité¹⁾ dont la contrainte admissible à la traction est prise égale à $2,4 \text{ t/cm}^2$, par exemple, on aurait pour la dalle déterminée ci-dessus, (avec $M = 2,61 \text{ m.t}$; $h_t = 22 \text{ cm}$; $h = 20 \text{ cm}$ et $\sigma_a = 2,4 \text{ t/cm}^2$) à calculer: σ_b , A et x .

On procédera d'une manière identique à celle du 2^e exemple: placer $M = 2,61$ en correspondance avec $b = 100$, puis le trait "h" du curseur sur $h = 20 \text{ cm}$. Sous le trait curviligne $2,4 \text{ t/cm}^2$ extrême, en bas à droite du curseur, on lit la contrainte du béton $\sigma'_b = 55,5 \text{ kg/cm}^2$. — On trouvera, en procédant comme il a déjà été indiqué: pour $A = 5,95 \text{ cm}^2$, et pour $x = 5 \text{ cm}$, d'où $\frac{x}{3} = 1,66 \text{ cm}$, par le seul déplacement du curseur.

$$z = h - \frac{x}{3} = 20,00 - 1,66 = 18,34 \text{ cm}.$$

On pourra utiliser du treillis soudé de $\phi 7,5 \text{ mm}$, espacé de 75 mm , dont la section est de $5,89 \text{ cm}^2$ par mètre linéaire.

1) Consulter l'A.D.E.T.S. 1 Rue de Choiseul-Paris (2e) pour les caractéristiques

Dalles nervurées (planchers à corps creux)

Ce sont des dalles ou hourdis pourvus de nervures qui peuvent contenir des corps creux (corps de remplissage) permettant d'obtenir une face inférieure plane (plafonds).

Les règlements (BA 60, art. 4,4; — D 68-340, § 58.2, etc...) fixent: l'épaisseur minimale du hourdis à 4 cm, l'armature en fonction de l'écartement des nervures, le mode de calcul des nervures et les conditions exceptionnelles de prise en compte de la résistance des corps creux, etc...

4ème exemple:

données: $M = 1,52 \text{ m.t}$
 $\sigma_a = 2,5 \text{ t/cm}^2$
hauteur des nervures = 12 cm

$h_t = 17 \text{ cm}$
 $h = 14 \text{ cm}$
 $h_0 = 5 \text{ cm}$

Déterminer: σ'_b , A et x

On procèdera comme dans le 2^e exemple.

Placer $M = 1,52$ en face de $b = 100$, puis le trait "h" du curseur sur $h = 14 \text{ cm}$. On lit, sous le trait curviligne ($\sigma_a = 2,0$) la contrainte $\sigma'_b = 57,2 \text{ kg/cm}^2$. A l'aide de ces deux valeurs, on trouve, sous le trait f_a , l'aire des armatures $A = 6,00 \text{ cm}^2$ (pour $b = 100 \text{ cm}$).

Pour déterminer "x" dans ce cas particulier, il faut faire une translation totale de la règle vers la gauche: placer le trait "x" sur $M = 0,3$ puis amener $M = 30$ sous ce trait; on lit alors: " x " = $\frac{42}{10} = 4,2 \text{ cm}$ (on divise "x" par 10 à cause de la translation). On trouve $\frac{x}{3} = 1,4 \text{ cm}$ sous le trait "x", d'où $z = h - \frac{x}{3} = 14 - 1,4 = 12,6 \text{ cm}$.

Comme on a $x = 4,2 < 5 \text{ cm}$, l'axe neutre passe à l'intérieur de la dalle. Les calculs sont indépendants des distances entre axes; nous prendrons, pour l'écartement des nervures (b) et pour la largeur de chaque nervure (b_0) les dimensions que nous voudrions, sous la réserve que la largeur b_0 puisse contenir l'armature $A = \frac{6,00 \times b}{100} \text{ cm}^2$.

Poutres de section rectangulaire (fig. 10)

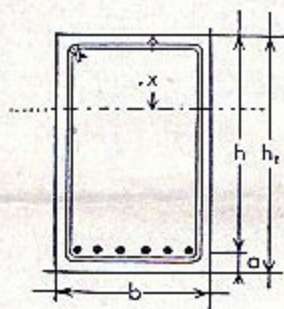


fig. 10

5ème exemple : données $M = 4,8 \text{ m.t}$

$$\sigma_a = 1,8 \text{ t.cm}^2$$

$$b = 25 \text{ cm}$$

$$h = 50 \text{ cm}$$

calculer: h , σ'_b , A , x et z

En première estimation, prenons $h = 50 - 4 = 46 \text{ cm}$.

Placer $M = 4,8$ en face de $b = 25$, puis le trait h du curseur sur 46 de l'échelle commune x, f_e, h . Sous le trait $\sigma_a = 1,8$, on lit la contrainte $\sigma'_b = 60,8 \text{ kg/cm}^2$. Avec ces deux valeurs, on trouve $f_e = 26,2 \text{ cm}^2$, d'où $A = \frac{26,2 \times 25}{100} = 6,55 \text{ cm}^2$, section que nous obtiendrons avec $6 \phi 12 = 6,78 \text{ cm}^2$.

Si nous appliquons les règles BA 60, la largeur $b = 25 \text{ cm}$ ne permet pas d'utiliser plus de quatre $\phi 12 \text{ mm}$; il faudra donc disposer les armatures sur deux nappes. La distance "d" sera:

enrobage du métal (BA 60 - art. 2,312)	1,4 cm
étrier	0,6 cm
diamètre ϕ de l'armature	1,2 cm
centre de gravité des armatures: $1,6 \times \frac{2}{6} \approx$	0,5 cm
total d	<u>3,7 cm</u>

Nous aurons alors les résultats définitifs suivants:

$$h = 50 - 3,7 = 46,3 \text{ cm}$$

Reprenant l'estimation de σ'_b , nous aurons $60,3 \approx 60 \text{ kg/cm}^2$, $A = \frac{26 \times 25}{100} = 6,50 \text{ cm}^2$, soit 6 \varnothing 12 mm (résultat inchangé).

La suite des opérations donne $x = 15,5 \text{ cm}$ et $\frac{x}{3} = 5,16 \text{ cm}$.

La valeur de "z" sera: $46,30 - 5,16 \approx 41,1 \text{ cm}$.

6ème exemple: Calcul des contraintes

Il s'agit de déterminer les contraintes exactes du béton et de l'acier dans la poutre rectangulaire de l'exemple n° 5

On connaît: $M = 4,8 \text{ m.t}$

$h = 45,00 \text{ cm}$

$b = 25 \text{ cm}$

$A = 6,78 \text{ cm}^2$

$$\text{On détermine } k = \frac{bh}{A} = \frac{25 \times 46,3}{6,78} = 170,4$$

La plaquette jointe à la règle porte deux échelles fonctionnelles qui nous donnent, pour $n = 15$ et $k = 170,4$, la valeur $m = 29,1$ c'est-à-dire le rapport $\frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ (échelles supérieures $k \leftrightarrow m$).

Sur les échelles inférieures ($kz \leftrightarrow k$), en face de $k = 170,4$ on lit: $kz = 0,8865$

d'où $z = kz \times h = 0,8865 \times 46,3 = 41 \text{ cm}$

$$\sigma_a = \frac{M}{z A} = \frac{4,8 \times 10^2}{6,78 \times 41} = 1,725 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma'_b = \frac{\sigma_a}{m} = \frac{1,725}{29,1} = 59,3 \text{ kg/cm}^2$$

7ème exemple: Vérification de la résistance d'une poutre rectangulaire.

Soit à déterminer le moment fléchissant maximal que peut supporter la poutre de section rectangulaire représentée sur la fig. 11, armée seulement en traction; les contraintes admissibles sont: $\sigma'_b = 55 \text{ kg/cm}^2$ et $\sigma_a = 1,6 \text{ t/cm}^2$.

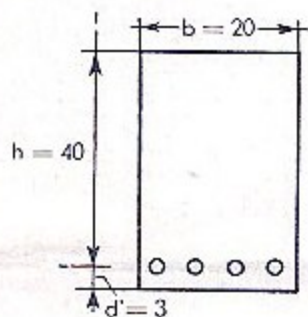


fig. 11

Mode opératoire: faire coïncider le trait curviligne $\sigma_s = 1,6$ avec la valeur $\sigma'_b = 55$ de l'oblique h, puis amener h = 40 de la règlette sous le trait h.

On lit alors, en face de b = 20, la valeur M_{\max} cherchée, soit $M_{\max} = 2,65$ m.t.

On trouvera, sans difficulté $f_e = 23,4 \text{ cm}^2$ d'où $A = \frac{23,4 \times 20}{100} = 4,68 \text{ cm}^2$ (3 ronds $\phi 14 \text{ mm}$)

De même, $x = 13,65 \text{ cm}$ et $\frac{x}{j} = 4,55 \text{ cm}$ d'où l'on tire: $z = 40 - 4,55 = 35,45 \text{ cm}$.

Sections en T (poutre et dalle associées)

8ème exemple: Calcul d'une dalle nervurée (Généralités)

Les sections en T se rencontrent fréquemment dans les pièces en béton armé, notamment dans les planchers et les ponts, car l'on fait concourir le hourdis à la résistance de la poutre. Cette forme de section est tout à fait rationnelle puisqu'elle conduit à supprimer la plus grande partie du béton tendu (béton qui est pratiquement sans effet).

La largeur "b" de la table de compression, à prendre en compte dans le calcul des pièces en T, ne doit pas dépasser les limites imposées par les règlements officiels (BA 60 - CM 1964 - Code UNESCO - Décret 68-340).

Lors du calcul des dimensions il convient de se souvenir que:

1^o) Il n'est généralement pas économique, notamment dans le cas de continuité des dalles à nervure, d'atteindre la limite de compression du béton.

2^o) La largeur de la nervure "b₀" doit être aussi réduite que possible; cette largeur doit rester cependant compatible avec la mise en place des armatures de traction. Il peut en résulter une réduction du poids des charges permanentes.

3^o) On n'est pas obligé de calculer en prenant la largeur maximale autorisée par les règlements, il est même parfois plus avantageux de calculer avec une largeur moindre, car à une grande largeur "b" correspond une faible hauteur de nervure "h", et les aciers tendus sont alors moins bien utilisés.

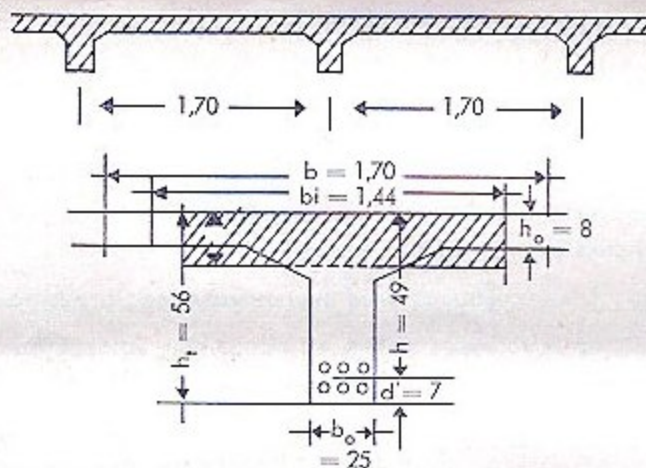


fig. 12

Calcul des dimensions d'une section en T 9ème exemple :

Soit à déterminer les dimensions de la section en T représentée sur la fig. 12. Admettons que l'application des règlements nous autorise à prendre $b = 170$ cm.

Soit un moment fléchissant $M = 18,4$ m.t; les dimensions connues sont: $b = 170$ cm; $b_0 = 25$ cm; $h_0 = 8$ cm.

On admet $\bar{\sigma}_a = 1,4$ t/cm² et $\bar{\sigma}'_b = 40$ kg/cm². Il reste à déterminer: x , h et A .

On obtiendra une valeur approchée de " x " en appliquant la formule: $x \approx 1,35 \sqrt{\frac{M \times 10^3}{b}}$

Mode opératoire: Au recto de la règle, placer le trait central du curseur sur 1,84 (à gauche sur l'échelle A) car $M \times 10^3 = 18\,400$; puis amener 1,70 sous ce trait (car $b = 1,70$ m); placer ensuite le curseur sur C-1,35; on lit alors, sur l'échelle D, la valeur " x " = 14 cm.

Puisque l'on a: $x > h_0$ ($14 > 8$) l'axe neutre tombe dans la nervure.

Afin de pouvoir traiter la section considérée comme une section rectangulaire, il faut transformer " b " en une largeur fictive " b_e " qui serait la largeur de la poutre équivalente dans laquelle $h_0 = x$. On se sert, à cet effet, du diagramme situé à droite sur les plaquettes (il est le même pour $n = 15$ et pour $n = 10$).

Ce diagramme permet la résolution de l'équation:

$$i = 1 - \left(1 - \frac{b}{b_0}\right) \left(1 - \frac{h_0}{x}\right)^2 \quad \text{On a: } \frac{h_0}{x} = \frac{8}{14} = 0,57 \quad \text{et} \quad \frac{b}{b_0} = \frac{170}{25} = 6,8$$

A l'aide du diagramme précité, on détermine la valeur du coefficient réducteur " i " que l'on trouve égal à 0,845, d'où $b_e = b \times i = 170 \times 0,845 = 144$ cm.

On peut alors procéder au calcul habituel avec les éléments suivants:

$$M = 18,4 \text{ m.t; } b = 144 \text{ cm; } \bar{\sigma}_a = 1,4 \text{ t/cm}^2; \bar{\sigma}'_b = 40 \text{ kg/cm}^2.$$

On trouve: $h = 48,7$ cm; $A = 20,8 \times 1,44 = 29,9$ cm²; $x = 14,6$ cm; $\frac{x}{3} = 4,85$ cm, et $z = 48,7 - 4,85 = 43,85$ cm.

Notons que la valeur de x que nous venons de trouver est légèrement supérieure à celle estimée, ce qui joue dans le sens de la sécurité.

Pour choisir les armatures constatons que la largeur $b_0 = 25$ cm permet de loger 3 ronds ϕ 25 mm. La section nécessaire sera obtenue par 6 barres de 25, dont la section $A = 29,44$ cm², est sensiblement égale à 29,9 cm², valeur calculée.

La distance "d" sera:

enrobage de l'armature	2,5 cm
épaisseur de l'étrier	1,0 cm
diamètre de l'armature	2,5 cm
demi-écartement des nappes	1,0 cm
total "d" = 7,0 cm	

La hauteur totale sera: $h_t = 48,7 + 7,0 = 55,7$ cm, soit 56 cm.

Sections rectangulaires à double armature en flexion plane simple.

Il peut être nécessaire de prévoir une armature comprimée pour les raisons suivantes:

- 1^o) la hauteur de poutre imposée par la construction est trop faible pour que le béton résiste seul à la compression.
- 2^o) la section est soumise alternativement à des moments positifs et négatifs (c'est notamment le cas des poteaux soumis à l'effet du vent).

Le graphique placé à l'extrémité gauche de la plaquette est destiné à déterminer les sections à double armature. Il a été établi selon le procédé de Geyer, bien connu des praticiens. Pour ce faire, on introduit le rapport de l'armature comprimée à l'armature tendue sous la forme: $\alpha = \frac{A'}{A}$ et l'on admet, en outre, que l'armature comprimée est à une distance $\frac{x}{3}$ de la fibre la plus comprimée (ce qui permet de garder inchangée la valeur de z).

Au cas où l'on voudrait placer l'armature comprimée à une distance "d'" différente de la fibre extrême comprimée, on pourrait calculer la section nécessaire d'armature comprimée d'après la relation $A' = \alpha A \frac{2x}{3(x-d')}$

10^e exemple : La section représentée sur la fig. 13 doit résister à un moment $M = 3,2$ m.t.

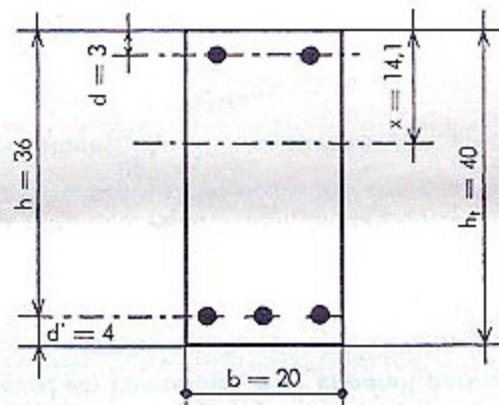


fig. 13

Il est impossible d'augmenter les dimensions pour des raisons de construction.

Les contraintes admissibles sont:

$$\sigma_a = 1,4 \text{ t/cm}^2 \text{ et}$$

$$\sigma'_b = 60 \text{ kg/cm}^2$$

On procède de la manière habituelle pour déterminer la hauteur utile nécessaire; on trouve: $h_b = 39,6$ cm.

On obtient de même $A = \frac{33,20 \times 20}{100} = 6,64 \text{ cm}^2$ et $x = 15,5$ cm.

On calcule $\beta' = \frac{h}{h_d} = \frac{36}{39,6} = 0,91$; puis $m = \frac{\sigma_a}{\sigma'_b} = \frac{1500}{60} = 23,33$.

Sur le diagramme de la plaquette $n = 15$, on trouve: $\alpha = 0,4$. Les dimensions et sections deviennent alors, en tenant compte des coefficients correcteurs:

$$h = 0,91 \times 39,6 = 36 \text{ cm (hauteur imposée)}$$

$$A = \frac{6,64}{0,91} = 7,30 \text{ cm}^2 \text{ (armature de traction)}$$

$$A' = 7,3 \times 0,4 = 2,92 \text{ (armature de compression)}$$

$$x = 0,91 \times 15,5 = 14,1 \text{ cm}$$

Comme cette armature est placée à une distance "d" différente de $\frac{x}{3}$, il faut effectuer la correction indiquée précédemment, soit:

$$A' = \alpha A \frac{2x}{3(x-d)} = 2,92 \times \frac{28,2}{3 \times 11,1} = 2,48 \text{ cm}^2$$

L'armature de traction sera constituée par 3 ronds ϕ 18 mm dont la section est: $A = 7,62 \text{ cm}^2$

et l'armature comprimée sera composée de 2 ronds ϕ 14 mm soit une section: $A' = 3,08 \text{ cm}^2$.

11^e exemple : Le pilier en béton armé d'un mur de clôture doit résister, par l'effet de la pression alternée du vent, à un moment $M = \pm 1,08$ m.t.

On connaît: $b = 20 \text{ cm}$; $\overline{\sigma}_a = 1,4 \text{ t/cm}^2$; $\overline{\sigma}'_b = 50 \text{ kg/cm}^2$.

On calcule, par la méthode habituelle, sans considérer la double armature symétrique:

$h = 26,5 \text{ cm}$; $f_a = 16,5 \text{ cm}^2$ d'où $A = 3,3 \text{ cm}^2$, et $x = 9,2 \text{ cm}$.

Puisque les moments sont égaux dans les deux directions opposées, on a, dans le cas d'armatures placées à une distance $d = d' = \frac{x}{3}$ de chaque fibre extrême, la valeur α est égale à 1 (l'unité) dans ce cas particulier.

$$m = \frac{\overline{\sigma}_a}{\overline{\sigma}'_b} = \frac{1400}{50} = 28, \text{ d'où } \beta' = 0,805 \text{ d'après le diagramme de la plaquette.}$$

$$\text{Il vient alors: } h = 26,5 \times 0,805 = 21,3 \text{ cm}$$

$$A = 3,3 : 0,805 = 4,1 \text{ cm}^2$$

$$x = 9,2 \times 0,805 = 7,4 \text{ cm}$$

Les armatures seront constituées par 3 ronds $\phi 14 \text{ mm}$, soit $A = A' = 4,62 \text{ cm}^2$.

La distance $\frac{x}{3}$ est de $2,47 \text{ cm} \approx 2,5 \text{ cm}$.

Les dimensions extérieures du pilier seront $h_t \times b = 24 \times 20 \text{ cm}$; la largeur de 20 cm convient parfaitement, les règles BA 60 imposant, pour 3 $\phi 14$ une largeur $b \geq 18 \text{ cm}$. Dans l'autre sens, on a: $h + d = 21,3 + 2,5 = 23,8 \approx 24 \text{ cm}$.

12^e exemple: L'entretoise d'un appareil porteur, qui a la forme d'un cadre, est soumise à l'action d'un moment positif $M_1 = +3,2 \text{ m.t}$ d'un côté, et à celle d'un moment négatif $M_2 = -0,8 \text{ m.t}$ de l'autre.

On connaît: $b = 20 \text{ cm}$, $\overline{\sigma}_a = 2,0 \text{ t/cm}^2$ et $\overline{\sigma}'_b = 60 \text{ kg/cm}^2$.

Soit en outre $d' = 3 \text{ cm}$, ce qui veut dire que l'armature doit être placée à une distance de la fibre extrême comprimée moindre que $\frac{x}{3}$. Pour tenir compte de cette sujétion, on pourra prendre pour α une valeur supérieure à celle du rapport des moments, donc des aires des armatures.

Ce rapport étant $\frac{0,8}{3,2} = 0,25$, on prendra $\alpha = 0,3$.

$$\text{Nous avons } m = \frac{\overline{\sigma}_a}{\overline{\sigma}'_b} = \frac{2000}{60} = 33,33.$$

Sur le diagramme de la plaquette "n = 15", avec $m = 33,33$ et $\alpha = 0,3$, on trouve $\beta' = 0,953$ (voir fig. 11).

Par la méthode habituelle, on trouve aisément, avec les données du problème: $h = 43,8 \text{ cm}$.

$$A = \frac{20,4 \times 20}{100} = 4,08 \text{ cm}^2 \text{ et } x = 13,6 \text{ cm}.$$

Pour la section doublement armée, on aura:

$$h = 43,8 \times 0,953 = 41,8 \text{ cm}$$

$$A = 4,08 : 0,953 = 4,28 \text{ cm}^2$$

$$x = 13,6 \times 0,953 = 13,0 \text{ cm}$$

$$A' = 4,28 \times 0,3 \times \frac{2 \times 13}{3(13-3)} = 1,12 \text{ cm}^2$$

Les armatures tendues seront constituées par 3 ronds ϕ 14 mm, d'où $A = 4,62 \text{ cm}^2 > 4,28$, et les armatures comprimées par 2 ronds ϕ 10 mm, soit $A' = 1,57 \text{ cm}^2 > 1,12$.

13^e exemple : Calcul des contraintes dans les sections doublement armées.

Dans ces problèmes, on part toujours d'une section fictive armée en traction seulement, ayant une hauteur utile "h".

On se rappellera, en outre, que le diagramme est établi pour $d' = \frac{x}{3}$.

Soit une poutre de hauteur utile: $h = 36 \text{ cm}$; $b = 20 \text{ cm}$; $d = 4,8 \text{ cm}$; $f_u = 38,5 \text{ cm}^2$; $A = \frac{38,5 \times 20}{100} = 7,70 \text{ cm}^2$;

$$A' = 3,08 \text{ cm}^2 \text{ d'où } \alpha = \frac{A'}{A} = \frac{3,08}{7,70} = 0,4.$$

On cherche: σ_a , σ'_b et x , pour $M_{\max} = 3,2 \text{ m.t.}$

$$\text{On calcule } k = \frac{h \times b}{A} = \frac{36 \times 20}{7,70} = 93,5.$$

En se reportant à l'échelle supérieure de la plaquette, on trouve, en face de $k = 93,5$, la valeur $m = 20$ qui constitue une première approximation.

L'abaque situé à gauche permet de déduire, pour $m = 20$ et $\alpha = 0,4$, le coefficient $\beta' = 0,893$.

Ceci nous permet de calculer une valeur plus approchée de $h = 36 : 0,893 = 40,3 \text{ cm}$ et de $A = 7,7 \times 0,893 = 6,87 \text{ cm}^2$

La nouvelle valeur de k est, avec h et A ci-dessus: $k = 20 \times \frac{40,3}{6,87} = 117,3$, et la valeur correspondante de " m " est donnée sur la plaquette, soit $m = 23,1$.

Sur l'abaque, on lit pour $m = 23,1$ et $\alpha = 0,4$ que $\beta' = 0,908$, ce qui permet de calculer une valeur encore plus approchée de: $h = 36 : 0,908 = 39,7$ cm et $A = 7,7 \times 0,908 = 7,0$ cm².

Si nous désirons des valeurs plus exactes, on aura: $k = 20 \times \frac{39,7}{7,0} = 113,4$ d'où $m = 22,6$.

L'échelle inférieure de la plaquette donne, pour $k = 113,4$ la valeur $kz = 0,867$, et l'abaque de gauche, pour $\alpha = 0,4$ et $m = 22,6$ indique $\beta' = 0,905$.

Nous arrêterons là les approximations successives, et nous aurons alors, avec $h = 39,7$ cm; $A = 7,7 \times 0,905 = 6,97$ cm² puis $z = h \times kz = 39,7 \times 0,867 = 34,4$ cm

$$x = 3(h - z) = 3(39,7 - 34,4) = 15,9 \text{ cm}$$

$$\sigma_a = \frac{M}{A \cdot z} = \frac{3,2 \times 100}{6,97 \times 34,4} = 1,33 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma'_b = 1,33 \times \frac{100}{22,6} = 59 \text{ kg/cm}^2$$

B - Flexion composée

a) Calcul des sections rectangulaires à armature simple soumises à un moment fléchissant avec effort normal (traction ou compression).

Pour établir les dimensions d'une section rectangulaire soumise à la fois à un moment fléchissant et à un effort normal de traction ou de compression, on procède de la manière suivante:

On détermine le moment idéal:

$$M_u = M + N \times u \text{ dans le cas de la compression}$$

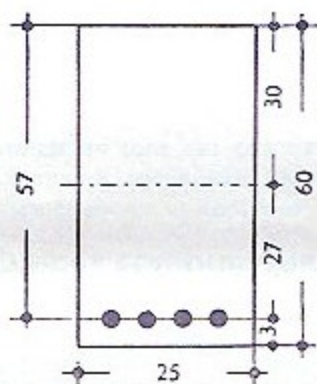
$$\text{ou } M_u = M - N \times u \text{ dans le cas de la traction}$$

expressions dans lesquelles $u = \frac{h_i}{2}$ — d' qui est la distance séparant l'axe des armatures tendues du centre de gravité de la section, et " N " l'effort normal (de traction ou de compression).

On calcule les dimensions de la section pour M_u comme dans le 5ème exemple, et on tient compte de l'effet dû à l'effort normal dans la détermination de l'aire des armatures A , c'est-à-dire que l'on ajoute (en cas de traction), ou

que l'on retranche (en cas de compression) l'aire calculée par la relation: $\frac{N}{\sigma_a}$.

fig. 14



14^e exemple : On connaît :

le moment de flexion rapporté au centre: $M = 6,11 \text{ m.t}$
 l'effort normal de compression longitudinale: $N = 12 \text{ t}$, la
 contrainte admissible de l'acier: $\sigma'_a = 1,4 \text{ t/cm}^2$. Les dimen-
 sions de la section de la poutre rectangulaire sont celles
 de la fig. 14

$$\text{on a: } u = \frac{h_i}{2} - d = \frac{0,60}{2} - 0,03 = 0,27 \text{ mètre}$$

$$\text{d'où: } M_u = 6,11 + (12 \times 0,27) = 9,35 \text{ m.t}$$

Mode opératoire: placer $M = 9,35 \text{ m.t}$ en face de $b = 25 \text{ cm}$, puis amener le trait "h" du curseur sur 57 de l'échelle commune à: x, fe et h. Sous le petit trait curviligne de droite, marqué 1,4, on lit, sur l'échelle oblique, la contrainte $\sigma'_b = 65 \text{ kg/cm}^2$.

Ensuite, par la méthode habituelle, on trouvera: $x = 23,4 \text{ cm}$ et $f_e = 54,4 \text{ cm}^2$, d'où $A = 54,4 \times \frac{25}{100} - \frac{12}{1,4} = 5,03 \text{ cm}^2$

b) Calcul d'une section rectangulaire à double armature pour flexion composée.

On calcule M_u comme il a été indiqué dans l'exemple ci-dessus, et pour déterminer les dimensions de la section, on procédera exactement comme pour le 9^e exemple. On ajoutera algébriquement l'aire correspondant à l'expression $\frac{N}{\sigma'_a}$ à la valeur trouvée pour l'aire des armatures tendues.

15^e exemple : La section représentée par la fig 15 est sollicitée par un moment $M = 4,6 \text{ m.t}$, et un effort de traction de 5,5 tonnes. Les contraintes maximales admissibles sont: $\sigma'_a = 1,4 \text{ t/cm}^2$ et $\sigma'_b = 65 \text{ kg/cm}^2$.

$$\text{on a: } u = \frac{h_i}{2} - d = \frac{0,40}{2} - 0,04 = 0,16 \text{ m}$$

$$\text{d'où } M'' = 4,6 - (5,5 \times 0,16) = 3,72 \text{ m.t}$$

Placer $M = 3,72$ en face de $b = 20$, et avec les contraintes admissibles $\bar{\sigma}_o = 1,4$ et $\bar{\sigma}'_b = 65$, on trouvera aisément:

$$h_d = 40,3 \text{ cm}; f_a = 38,3 \text{ cm}^2; x = 16,5 \text{ cm et } \frac{x}{3} = 5,5 \text{ cm}$$

$$\text{Ensuite, calculer } \beta' = \frac{h}{h_d} = \frac{36}{40,3} = 0,892 \text{ et } m = \frac{1400}{65} = 21,55$$

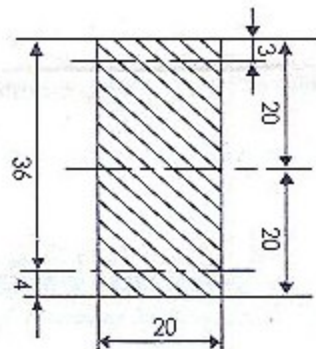


fig. 15

Le diagramme donne, pour les valeurs ci-dessus: $\alpha = 0,42$

$$\text{On obtient: } h = 40,3 \times 0,892 = 36 \text{ cm}$$

$$x = 16,5 \times 0,892 = 14,7 \text{ cm}$$

$$A = \frac{38,3 \times 20}{100 \times 0,892} = 8,60 \text{ cm}^2$$

$$A' = A \cdot \alpha \cdot \frac{2x}{3(x-d)} = 8,6 \times 0,42 \times \frac{2 \times 14,7}{3(14,7-3)} = 3,02 \text{ cm}^2$$

En tenant compte de l'effort normal pour l'acier tendu, on

$$\text{a finalement: } A = 8,6 + \frac{5,5}{1,4} = 12,53 \text{ cm}^2$$

VIII - Poteaux et pièces comprimées

Les calculs concernant les poteaux et colonnes, et les pièces tendues ou comprimées, n'utilisent que des formules simples qui peuvent se résoudre facilement avec les échelles du recto de la "Règle 2/31", qui est parfaitement adaptée pour la réalisation de tous ces calculs.

Le projeteur devra évidemment se conformer aux prescriptions des divers règlements actuellement en vigueur, et respecter les unités et les notations imposées par ces règlements, lors de la rédaction des notes de calculs justificatifs.

ANNEXES

1 - Unités

de longueur: le mètre (m)
de masse: le kilogramme (kg) (1000 kg = 1 tonne)
de force: le newton (N)
de contrainte: le bar = 10^5 N/m² = 1,02 kgf/cm²

Conversions usuelles.

Un kilogramme-force \approx 9,8 N \approx 0,98 da N (\approx 1 da N).
Un déca newton (da N) = 10 N = 1,02 kgf
Un kgf/cm² \approx 0,98 bar (\approx 1 bar).

2 - Notations

Il est rappelé que: l'apostrophe (') est désormais utilisée pour la compression. Exemple: σ'_b (sigma prime indice b).
Les contraintes admissibles sont surmontées d'un tiret (—). Exemple: τ_a (tau surligné indice a).
Le signe + est employé pour la traction, et le signe — pour la compression.

3 - Calcul des aires circulaires

Au recto de la règle, si l'on place le trait PS (en bas à droite) sur le diamètre lu sur l'échelle D, on lit immédiatement sur l'échelle A, sous le trait central du curseur, l'aire de la section des ronds à béton, et des surfaces de cercles.
Exemple: 1 ϕ 8; on lit A = 50,26 mm²

4 - Calcul des masses des Aciers ronds lisses

Sur le curseur recto, à gauche du trait central (kW) est gravé un petit trait espacé de 7,85 \approx qui correspond à la masse volumique de l'acier. On pourra aisément, et sans grande erreur, déterminer la masse des ronds lisses.

Exemple — 1 ϕ 25 — en plaçant le petit trait PS en D = 25, on lit simultanément, sur l'échelle A:

- sous le trait central, l'aire de la section = 491 mm² = 4,91 cm²;
- sous le petit trait à gauche, la masse linéique \approx 3,85 kg.

5 - Diamètres normaux des aciers ronds (en mm)

ϕ : 5 - 6 - 8 - 10 - 12 - 16 - 20 - 25 - 32 et 40

Les diamètres ci-après peuvent être également utilisés: ϕ : 14 - 18 - 22 - 28 et 30

D'autres diamètres, d'emploi possible, mais peu courants, sont indiqués sur la plaquette jointe à la Règle 2/31.

6 - Utilisation de la Règle 2/31 pour un coefficient d'équivalence "n" quelconque

Toutes les applications données jusqu'ici, dans les présentes instructions, ne sont valables que pour un rapport des modules d'élasticité (ou coefficient d'équivalence) "n" = 15.

Cependant, le projeteur peut être amené à effectuer des calculs pour des valeurs n = 15.

Les échelles de la "Règle CASTELL 2/31" permettent de faire tous les calculs pour des coefficients d'équivalence quelconques.

On procédera de la manière suivante:

1°) on utilise dans les calculs une contrainte d'acier égale à $\sigma_a \times \frac{15}{n}$ au lieu de calculer avec la contrainte σ_a .

2°) l'aire de la section des armatures **ainsi trouvée** doit être **également** multipliée par $\frac{15}{n}$.

Il est rappelé que la "Règle CASTELL 2/31" peut être équipée d'un curseur établi pour "n" = 10, livré avec la plaquette correspondant à ce coefficient d'équivalence.

7 - Bibliographie sommaire

Nous donnons, ci-après, la liste de quelques ouvrages susceptibles d'intéresser les étudiants et les praticiens du béton armé.

Editions: Diffusion des Techniques du Bâtiment & des Travaux Publics:

Formulaire du Béton armé - T 1 par Chambaud & Lebel — 1967

Formulaire du Béton armé - T 2 par Courtand & Lebel — 1962

Règles dites "B. A. 1960" 1961

Règles dites "N. V." (Neige & Vent) 1968

Règles CC BA 68 (D. T. U.) Mai 1968

Editions: Dunod:

- Calcul et exécution des ouvrages en béton armé — Forestier (4 vol.)
Traité de béton armé — Guerrin (7 vol.)
Code pour le calcul du béton armé (**Code UNESCO**) — 1968

Editions: Eyrolles:

- Méthodes de dimensionnement des ouvrages en B. A — (CHARON-LÖSER) 1955
Calcul & vérification des ouvrages en B. A — CHARON — 1966
Exercices de Béton Armé, avec solutions — CHARON — 1967
Cours de Béton Armé — BIZOT — 1966
Calcul du Béton Armé à la rupture — CHAMBAUD — 1965

Editions des Journaux Officiels:

- 1^o) **Fascicule 60-17 bis** — Conception, calcul & épreuves des ouvrages d'art:
Titres I à V (fasc. 61) de la C. M. n° 65 du 19 Août 1960.
- 2^o) **Fascicule 64-21 ter** (Titre VI) - CM du 14 Novembre 1964 (Béton Armé)
(ces deux documents comportent des commentaires).
- 3^o) **La C M du 14 NOV 1964** est annulée et remplacée, à partir du 1^{er} Mai 1968 par le Décret n° 68-340 du 4 avril 1968 (J.O du 17-4 page 3889) et fait l'objet d'un fascicule spécial. Le fascicule special vient d'être publié au moment de l'impression de la présente instruction. Il porte le n° 1315 et contient des commentaires explicatifs et des annexes qui ne figuraient pas dans le décret lors de sa parution. **Ce décret est applicable aux marchés de travaux publics & de bâtiments passés au nom de l'Etat.**



169 ●

Printed in Germany

1/731 franz.

A. W. FABER-CASTELL · STEIN BEI NÜRNBERG, GERMANY