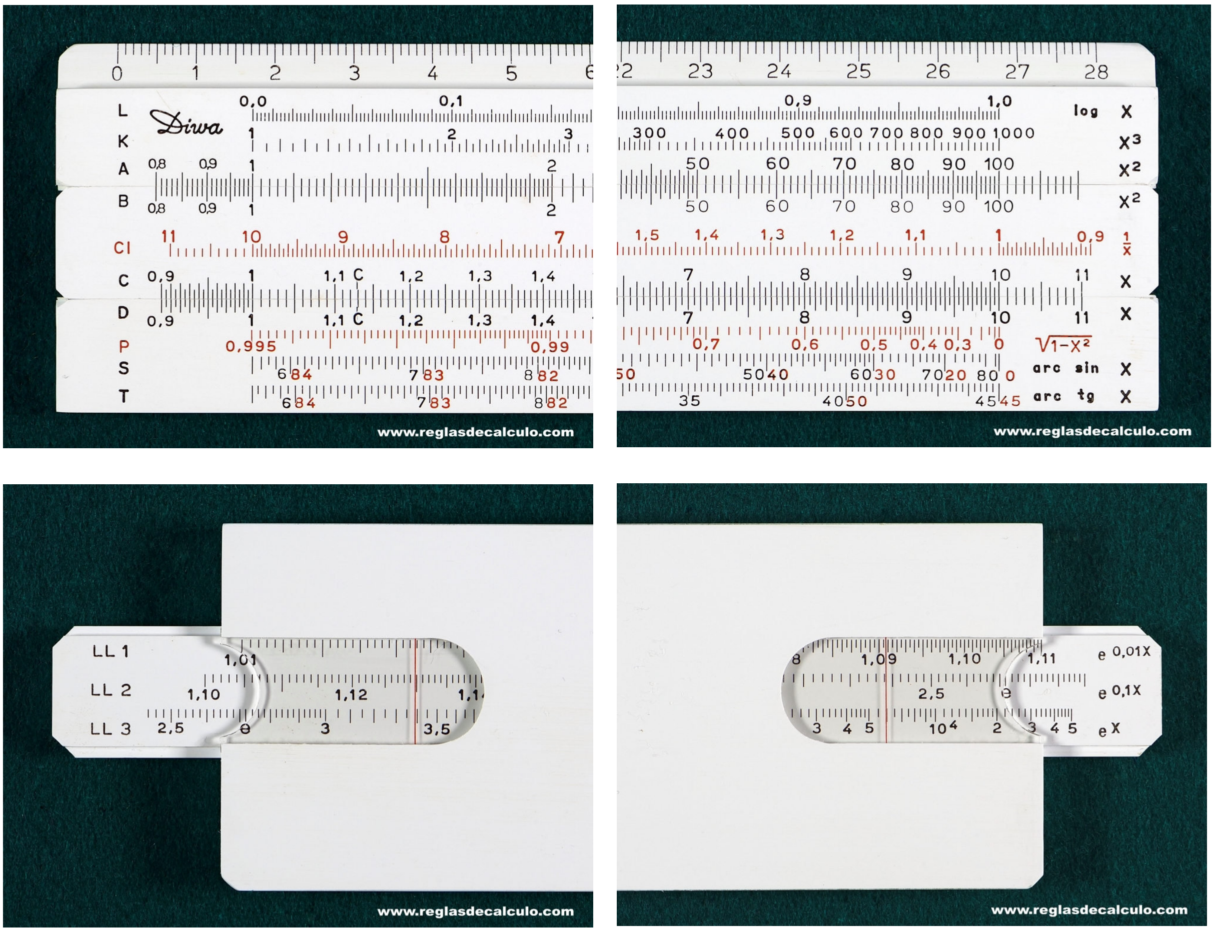
DIWA 551-1 DARMSTADT

Compatible con modelos *FABER CASTELL 67/54b* y *111/54* y en general con cualquier regla con sistema DARMSTADT.



GyRORyG 2016

OPERACIONES Y CÁLCULOS CON LA REGLA DE CÁLCULO

Todas las operaciones y cálculos fueron probados con una regla de cálculo **DIWA 551-1 DARMSTADT** con escalas **Cm // L K A [B CI C] D P S arc_sin T arc_tg** en el anverso de la regla y la reglilla y con escalas **LL1 LL2 LL3** en el reverso de la reglilla. Compatible con las **FABER CASTELL** modelos **67/54b** y **111/54**, en particular con cualquier regla de cálculo con esta disposición en las escalas de la regla y la reglilla y en general con cualquier modelo que utilice sistema Darmstadt.

SUMA (a + b)

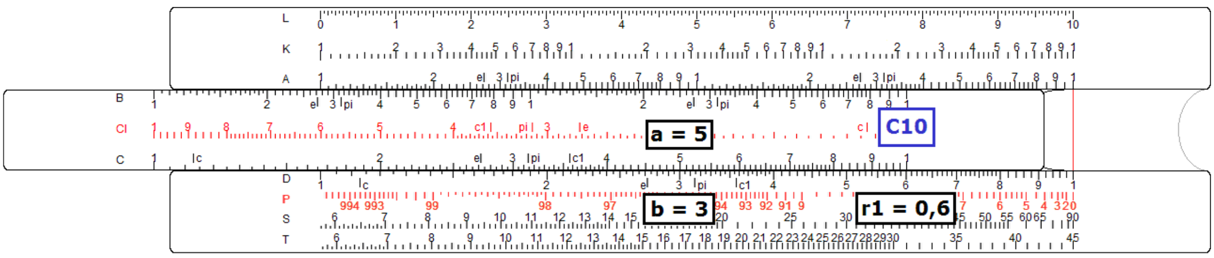
- No es muy habitual sumar números con la regla de cálculo, pero lo podemos hacer utilizando la fórmula: **a + b = a · (1 + b/a)**. Veamos el procedimiento:

  1. Movemos la reglilla y sobre el número **b** escogido en la escala **D**, colocamos el número **a** escogido en la escala **C**.
  2. Leemos el resultado en **D** bajo **C1** o **C10**.
  3. Sumamos **1** al resultado del **punto 2**.
  4. Movemos la reglilla y colocamos **C1** o **C10** sobre el resultado del **punto 3** en la escala **D**.
  5. Leemos el resultado en la escala **D** bajo el valor de **a** en la escala **C**.

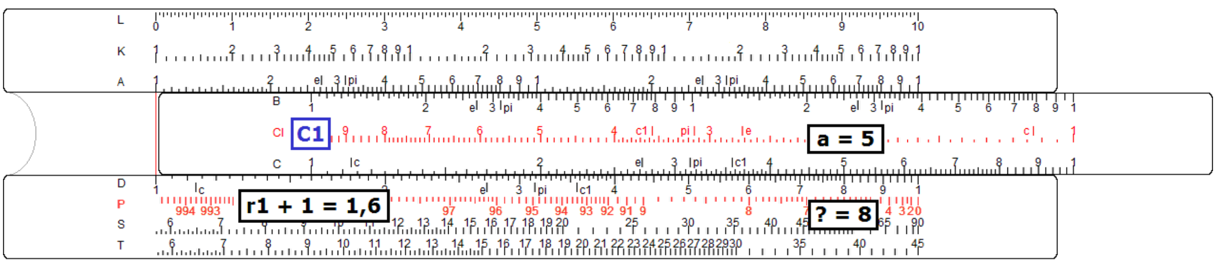
Ejemplo: a = 5, b = 3.

a + b = ? **? = 8**.

Pasos 1 y 2.



Pasos 3, 4 y 5.



RESTA (a – b)

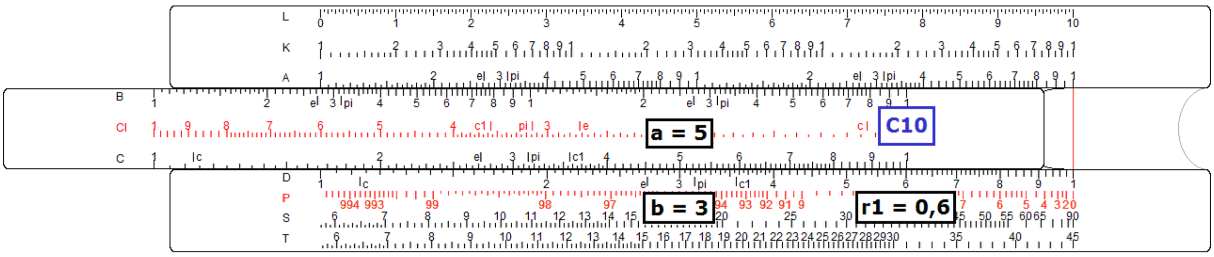
- Al igual que la suma, la resta tampoco es una operación habitual con la regla de cálculo, pero podemos realizar esta operación utilizando la fórmula: **a – b = a · (1 – b/a)**.

  1. Movemos la reglilla y sobre el número **b** escogido en la escala **D**, colocamos el número **a** escogido en la escala **C**.
  2. Leemos el resultado en **D** bajo **C1** o **C10**.
  3. A **1** le restamos el resultado del **punto 2**.
  4. Movemos la reglilla y colocamos **C1** o **C10** sobre el resultado del **punto 3** en la escala **D**.
  5. Leemos el resultado en la escala **D** bajo el valor de **a** en la escala **C**.

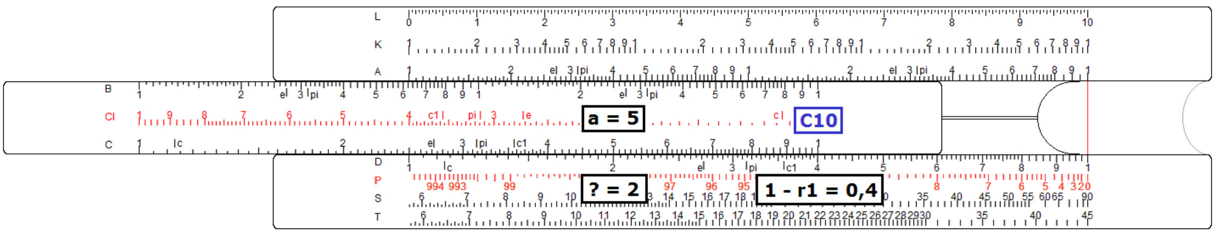
Ejemplo: a = 5, b = 3.

a – b = ?   **? = 2**.

Pasos 1 y 2.



Pasos 3, 4 y 5.

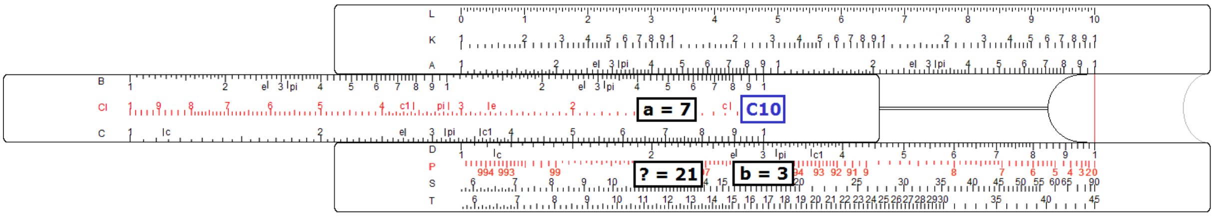


MULTIPLICACIÓN (a · b)

1. Movemos la reglilla y sobre el número **a** en la escala **D** colocamos **C1** o **C10**.
2. Buscamos el número **b** en la escala **C** y debajo de este, en la escala **D**, leemos el resultado.

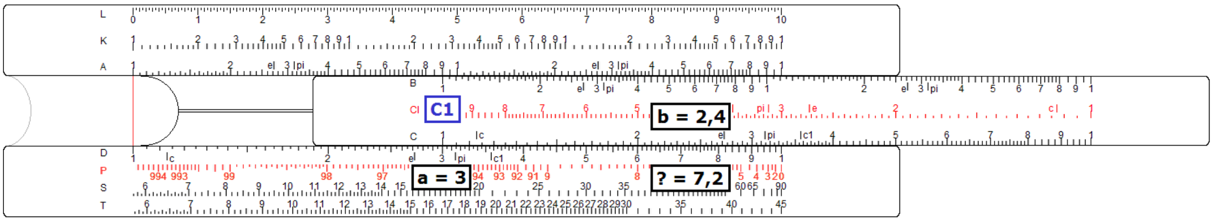
Ejemplo 1: a = 7, b = 3.

a · b = ? **? = 21**.



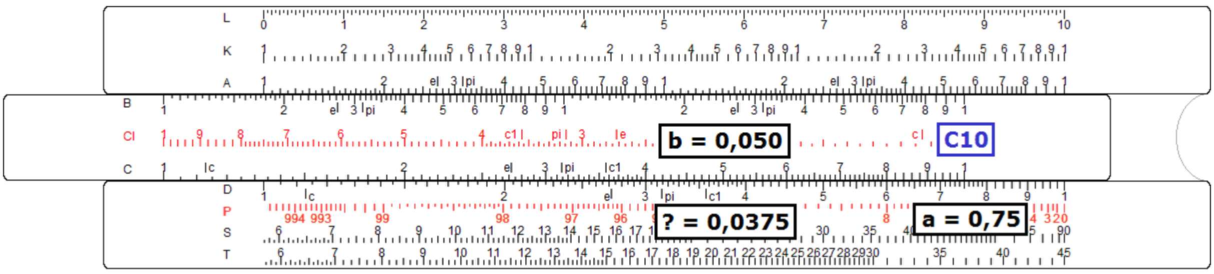
Ejemplo 2: a = 3, b = 2,4.

a · b = ? **? = 7,2**.



Ejemplo 3: a = 0,75, b = 0,050.

a · b = ? **? = 0,0375**.



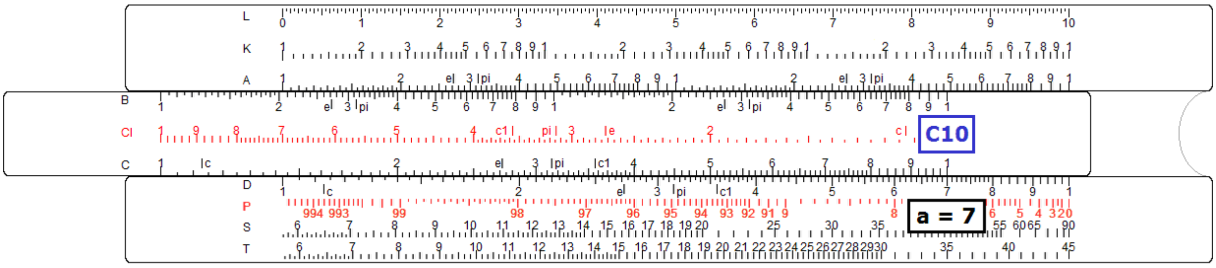
MULTIPLICACIÓN DE TRES NÚMEROS (a · b · c)

1. Movemos la reglilla y colocamos **C1** o **C10** sobre el número **a** en la escala **D**.
2. Colocamos el cursor sobre el número **b** en la escala **C**.
3. Movemos la reglilla hasta que el número **c** en la escala **CI** esté debajo del cursor y leemos el resultado en la escala **D**, bajo **C1** o **C10**.

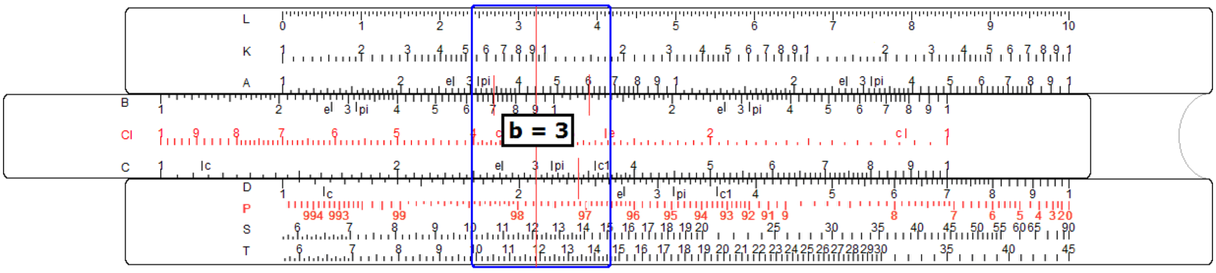
Ejemplo: a = 7, b = 3, c = 6.

a · b · c = ?   **? = 126**.

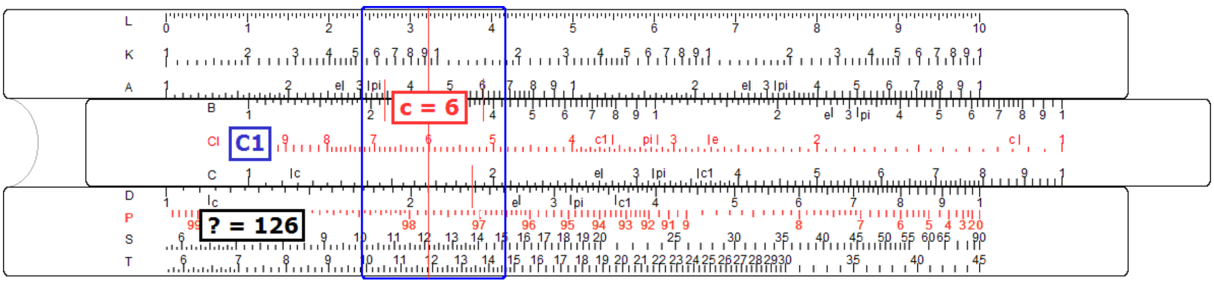
Paso 1.



Paso 2.



Paso 3.

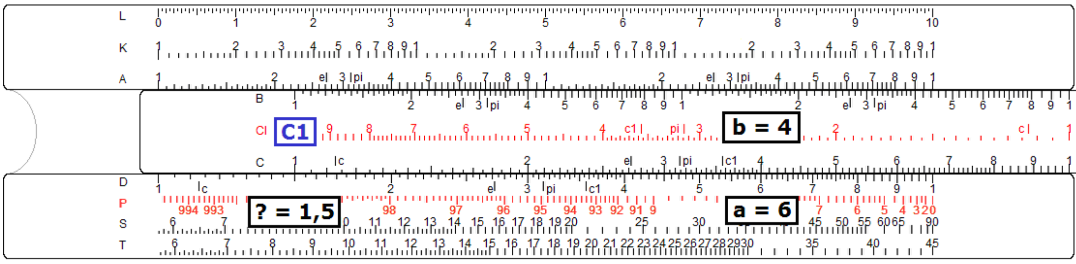


DIVISIÓN (a / b)

1. Movemos la reglilla y sobre el número **a** en la escala **D**, colocamos el número **b** en la escala **C**.
2. Leemos el resultado en la escala **D**, debajo de **C1** o **C10**.

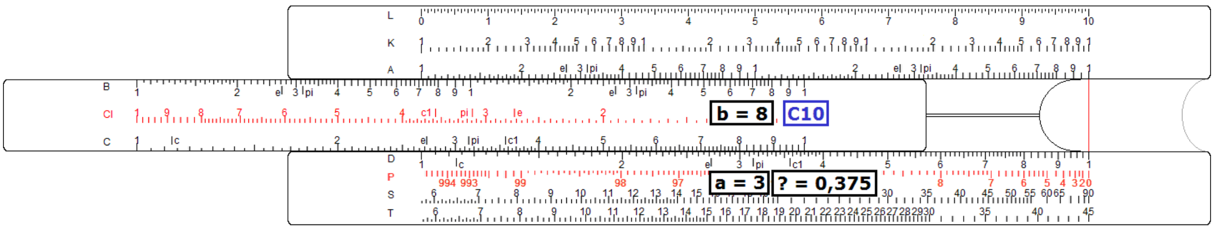
Ejemplo 1: a = 6, b = 4.

$\frac{a}{b} = ?$ **? = 1,5**.



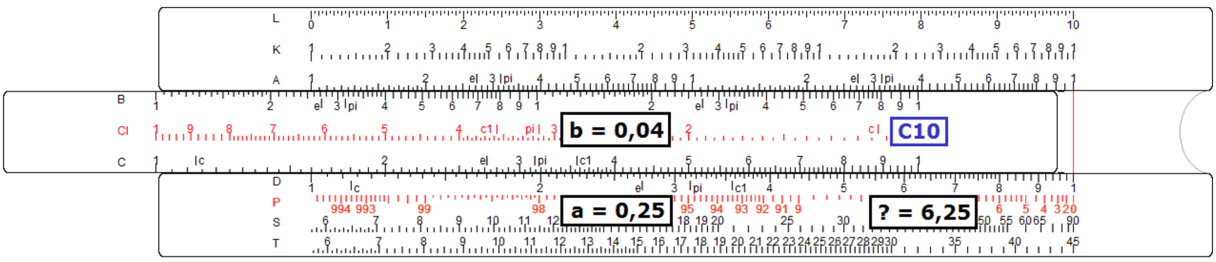
Ejemplo 2: a = 3, b = 8

$\frac{a}{b} = ?$ **? = 0,375**.



Ejemplo 3: a = 0,25, b = 0,04

$\frac{a}{b} = ?$ **? = 6,25**.



MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN COMPUESTA (a / (b · c))

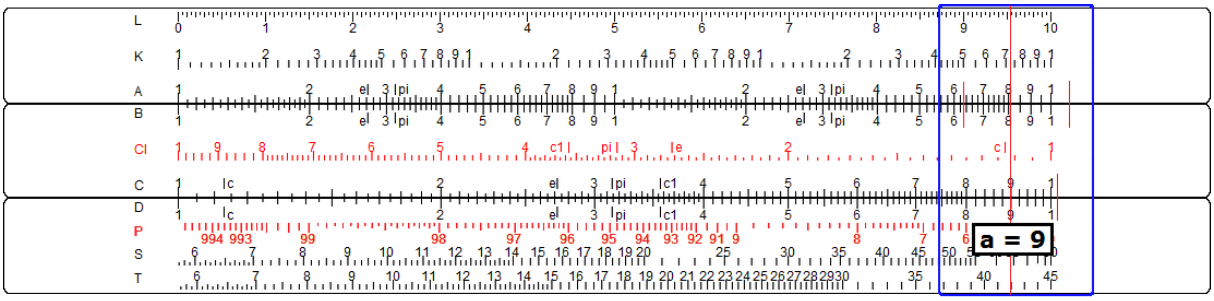
1. Colocamos el cursor sobre el número **a** en la escala **D**.
2. Movemos la reglilla y colocamos el número **b** en la escala **C** bajo el cursor para que coincidan los números **a** y **b**.
3. Movemos el cursor hasta el número **c** en la escala **CI** y leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **D**.

Ejemplo: a = 9, b = 3, c = 6.

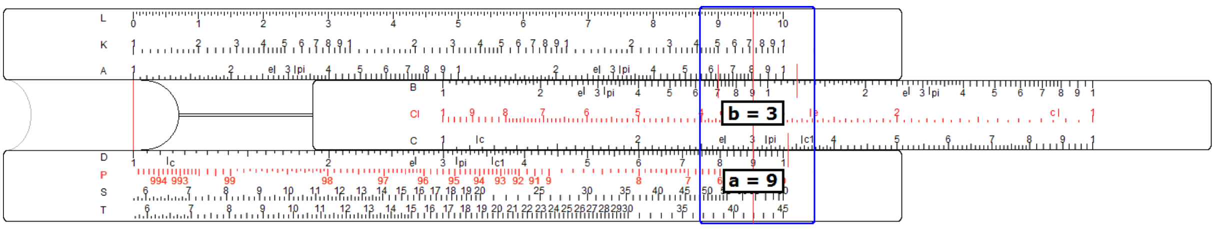
$$\frac{a}{b \cdot c} = ?$$

? = 0,5.

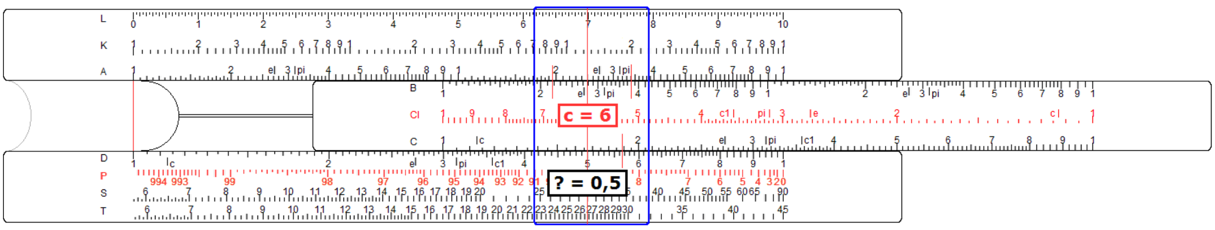
Paso 1.



Paso 2.



Paso 3.



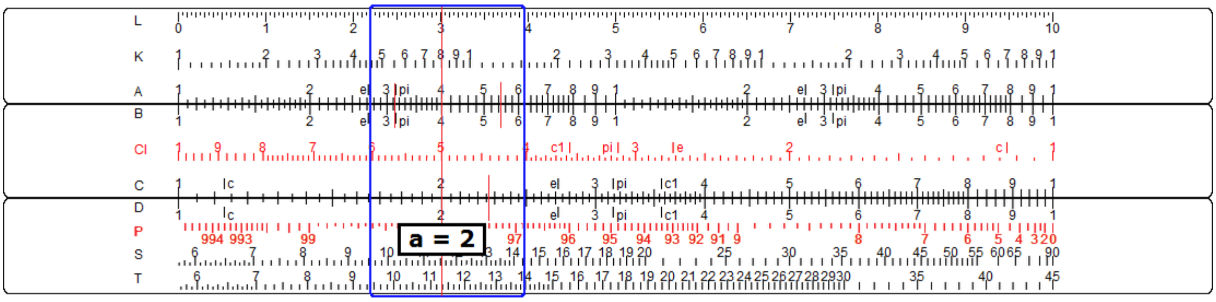
MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN COMBINADA ((a · b · c) / (d · e · f))

1. Colocamos el cursor sobre el número **a** en la escala **D**.
2. Movemos la reglilla y colocamos el número **d** en la escala **C** bajo el cursor para que coincidan los números **a** y **d**.
3. Movemos el cursor hasta el número **b** en la escala **C**.
4. Movemos la reglilla hasta que el número **e** de la escala **C**, esté bajo el cursor.
5. Movemos el cursor hasta el número **c** en la escala **C**.
6. Movemos la reglilla hasta que el número **f** de la escala **C**, esté bajo el cursor y leemos el resultado en la escala **D**, debajo de **C1** o **C10**.

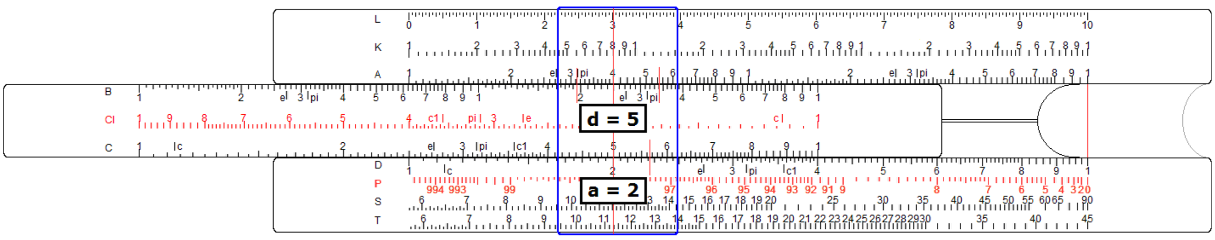
Ejemplo: a = 2, b = 8, c = 9, d = 5, e = 3, f = 6.

$$\frac{a \cdot b \cdot c}{d \cdot e \cdot f} = ? \qquad \textbf{? = 1,6.}$$

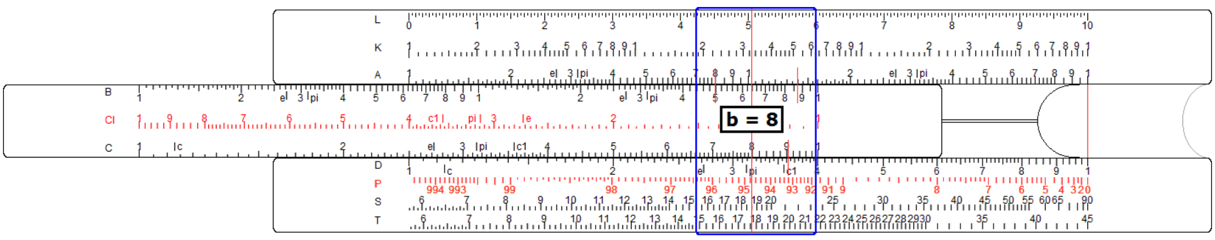
Paso 1.



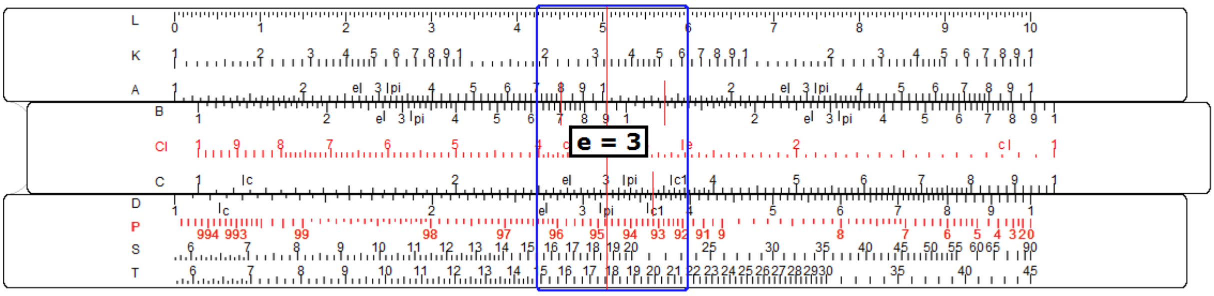
Paso 2.



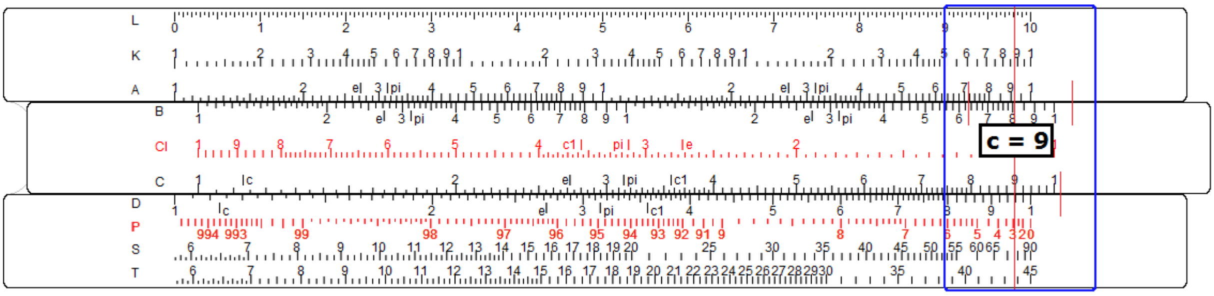
Paso 3.



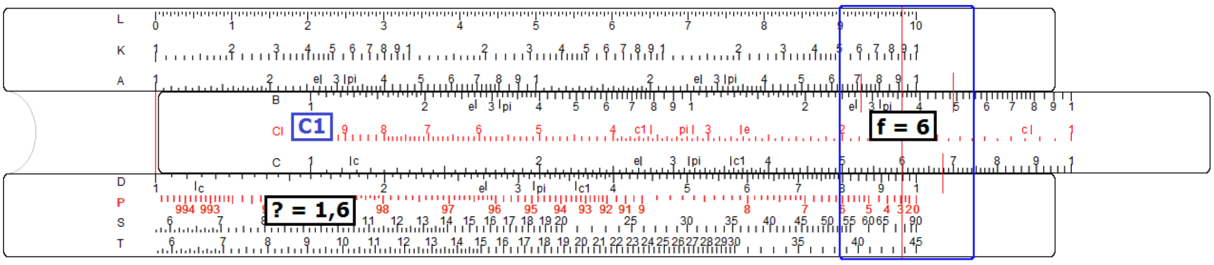
Paso 4.



Paso 5.



Paso 6.



RECÍPROCOS (1 / a) (1 / a^2) (1 / √a) (1 / a^3) (1 / ^{3}√a)

- Para los cinco casos, partimos con la regla y la reglilla alineadas.

1. Para hallar el recíproco del número **a**, movemos el cursor hasta este número en la escala **C** o **D** y leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **CI**.

***** Otra manera de hallarlo, o si no disponemos de la escala **CI** es: Movemos la reglilla hasta situar **C1** o **C10** encima del número **a** en la escala **D**. Leemos el resultado encima de **D1** o **D10** en la escala **C**.

2. Para hallar el recíproco del número **a** al cuadrado (**a^2**), movemos el cursor hasta **a** (sin elevar al cuadrado) en la escala **CI** y leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **A** o **B**.

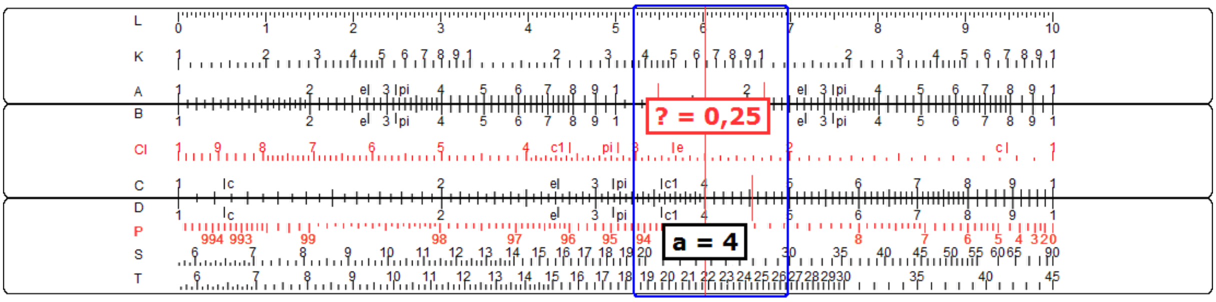
3. Para hallar el recíproco de la raíz cuadrada del número **a** (**√a**), movemos el cursor hasta **a** (sin sacar la raíz cuadrada) en la escala **A** o **B** y leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **CI**.

4. Para hallar el recíproco del número **a** al cubo (**a^3**), movemos el cursor hasta **a** (sin elevar al cubo) en la escala **CI** y leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **K**.

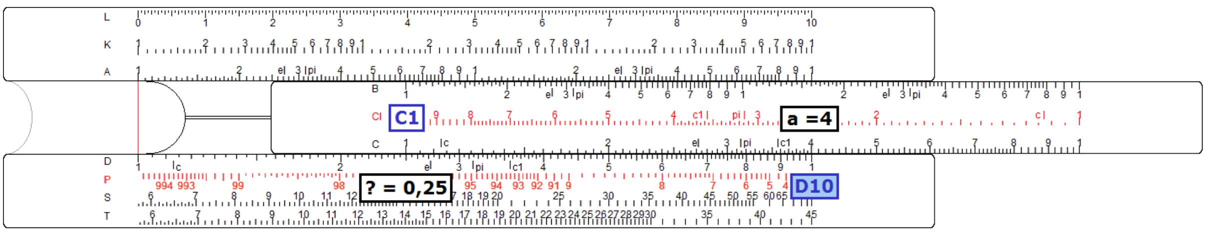
5. Para hallar el recíproco de la raíz cúbica del número **a** (**^{3}√a**), movemos el cursor hasta **a** (sin sacar la raíz cúbica) en la escala **K** y leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **CI**.

Ejemplo 1: a = 4.

$$\frac{1}{a} = ?$$ **? = 0,25**.

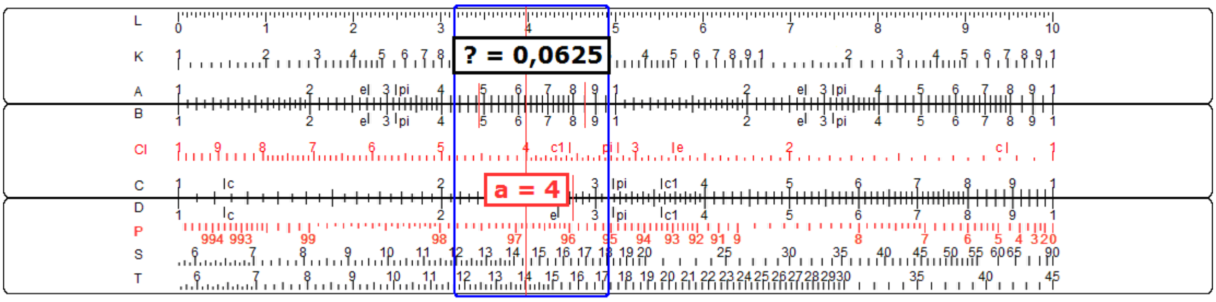


***** alternativa:



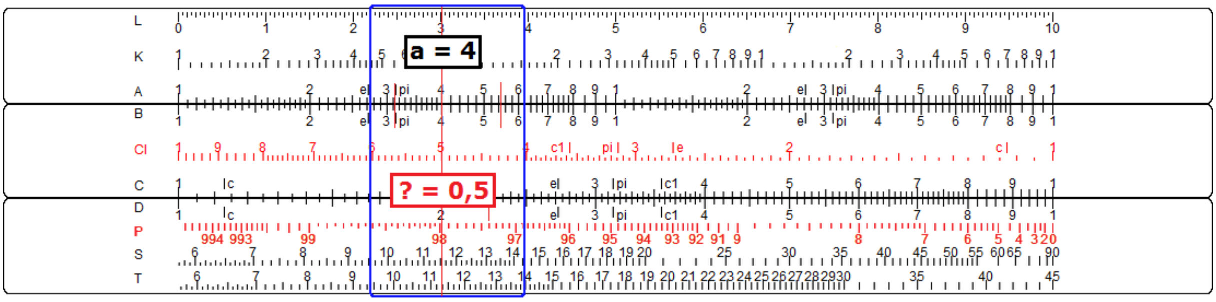
Ejemplo 2: a = 4.

$$\frac{1}{a^2} = ? \qquad \mathbf{? = 0{,}0625}.$$



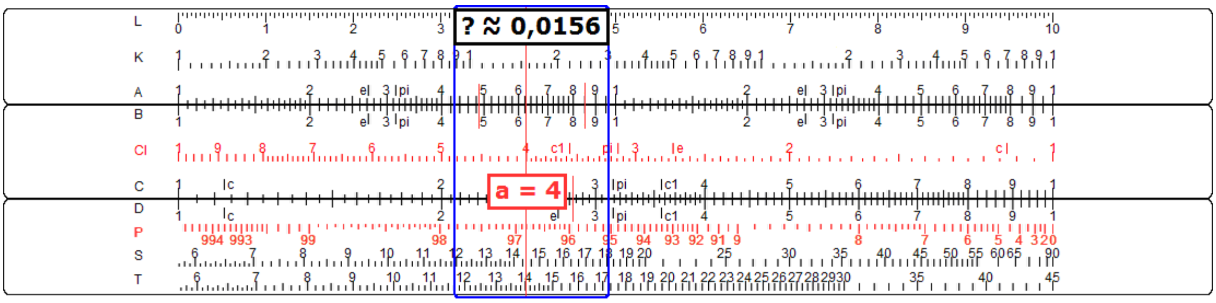
Ejemplo 3: a = 4.

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = ? \qquad \mathbf{? = 0{,}5}.$$



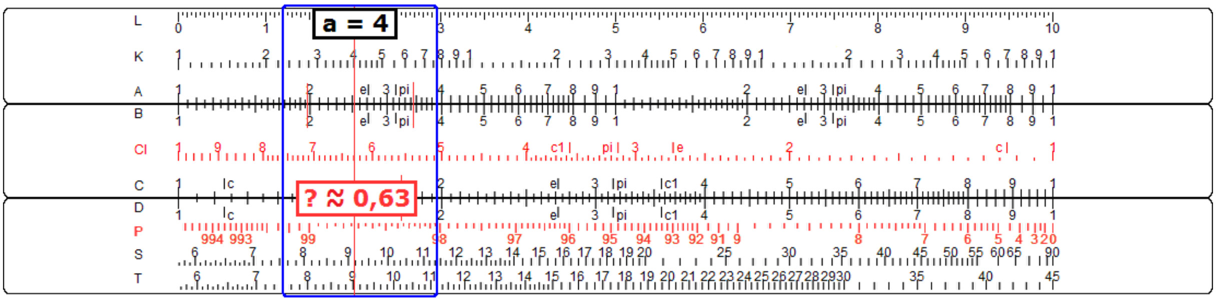
Ejemplo 4: a = 4.

$$\frac{1}{a^3} = ? \qquad \mathbf{? \approx 0{,}0156\ (0{,}01563)}.$$



Ejemplo 5: a = 4.

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}} = ?$$ **? ≈ 0,63 (0,6299)**.



PROPORCIONES ((a / b) = (c / ?)) ((a / b) = (? / d))

- Podemos elaborar tablas con la regla de cálculo para realizar conversiones entre medidas, pesos, valores, etc.:

(a / b) = (c / ?):

1. Movemos el cursor hasta situar debajo el número **a** en la escala **D**.
2. Movemos la reglilla hasta situar el número **b**, de la escala **C**, bajo el cursor.
3. Movemos el cursor hasta situar debajo el número **c** de la escala **D**. Leemos el resultado, bajo el cursor, en la escala **C**.

- Si el número **c** buscado (escala **D**) queda fuera de la regla:

1. Movemos el cursor hasta dejar debajo **C1** o **C10**, según convenga (Si el cursor no alcanza el número **c** saliendo por el lado derecho, moveremos el cursor hasta **C10**, si no lo alcanza saliendo por el lado izquierdo lo moveremos hasta **C1**).
2. Movemos la reglilla al lado contrario, hasta dejar debajo del cursor **C1** o **C10** (si debajo del cursor tenemos **C1**, moveremos la reglilla hasta poner debajo **C10** y viceversa).
3. Operamos como en el **punto 3** anterior.

(a / b) = (? / d):

1. Movemos el cursor hasta situar debajo el número **a** en la escala **D**.
2. Movemos la reglilla hasta situar el número **b**, de la escala **C**, bajo el cursor.
3. Movemos el cursor hasta situar debajo el número **d** de la escala **C**. Leemos el resultado, bajo el cursor, en la escala **D**.

- Si el número **c** buscado (escala **C**) queda fuera de la regla:

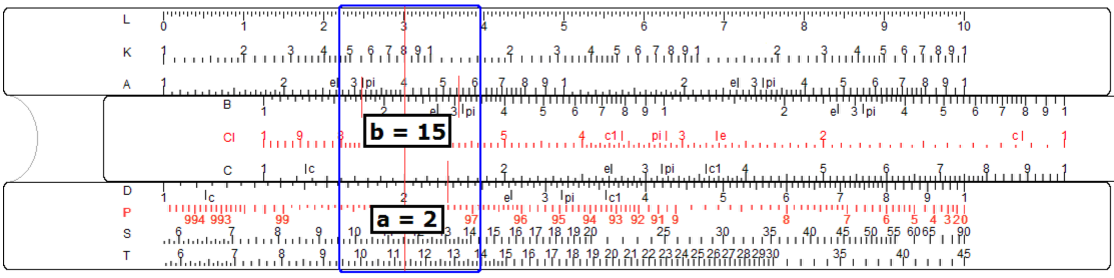
1. Movemos el cursor hasta dejar debajo **C1** o **C10**, según convenga (Si el cursor no alcanza el número **c** saliendo por el lado derecho, moveremos el cursor hasta **C10**, si no lo alcanza saliendo por el lado izquierdo lo moveremos hasta **C1**).
2. Movemos la reglilla al lado contrario, hasta dejar debajo del cursor **C1** o **C10** (si debajo del cursor tenemos **C1**, moveremos la reglilla hasta poner debajo **C10** y viceversa).
3. Operamos como en el **punto 3** anterior.

Ejemplo 1: a = 2, b = 15, c = 6.

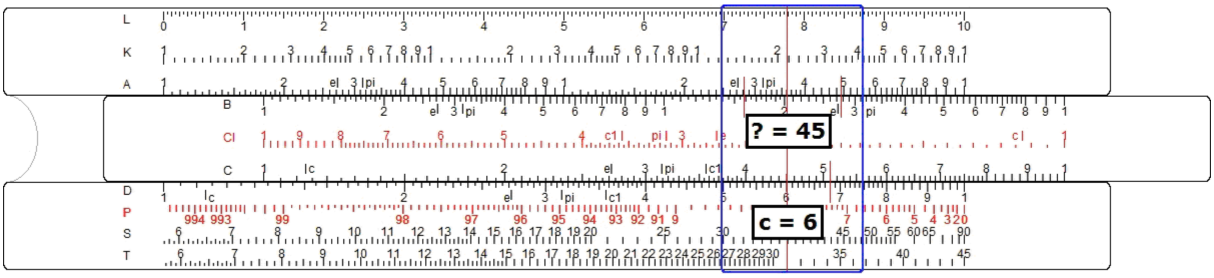
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{?}$$

? = 45.

Pasos 1 y 2.



Paso 3.

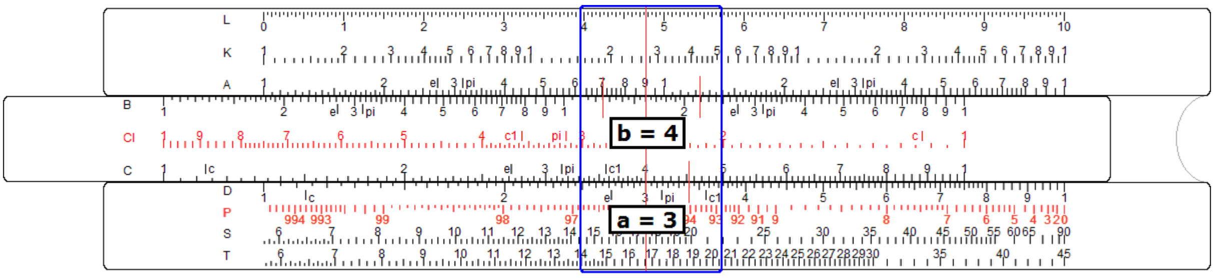


Ejemplo 2: a = 3, b = 4, d = 5.

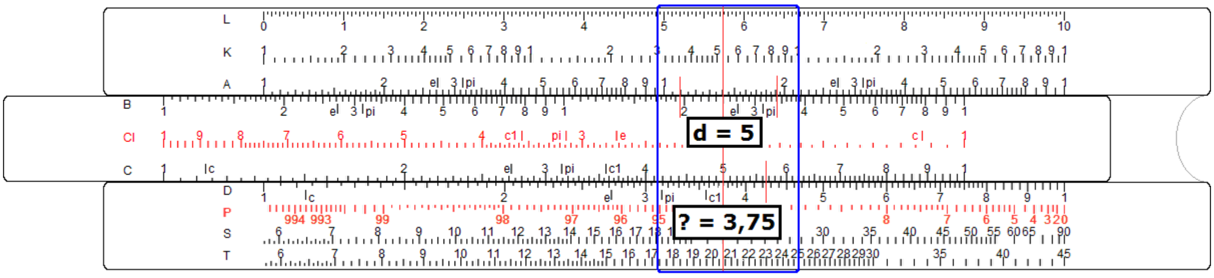
$$\frac{a}{b} = \frac{?}{d}$$

? = 3,75.

Pasos 1 y 2.



Paso 3.



En los dos ejemplos anteriores, para obtener nuevos valores para otros números, sólo tendríamos que desplazar el cursor, con lo que podríamos realizar una tabla de valores.

TABLAS REALIZADAS CON LOS EJEMPLOS ANTERIORES.

a=2, b=15	
c	**?**
1	7,5
2	15
3	22,5
4	30
...	...

a=3, b=4	
d	**?**
1	0,75
2	1,5
3	2,25
4	3
...	...

PROPORCIONES INVERSAS ((a / (1 / b)) = (c / (1 / ?)))

1. Movemos el cursor hasta situar debajo el número **b** en la escala **D**.
2. Movemos la reglilla hasta situar bajo el cursor el número **a** en la escala **CI**.
3. Movemos el cursor hasta el número **c** en la escala **CI**. Leemos el resultado en la escala **D**.

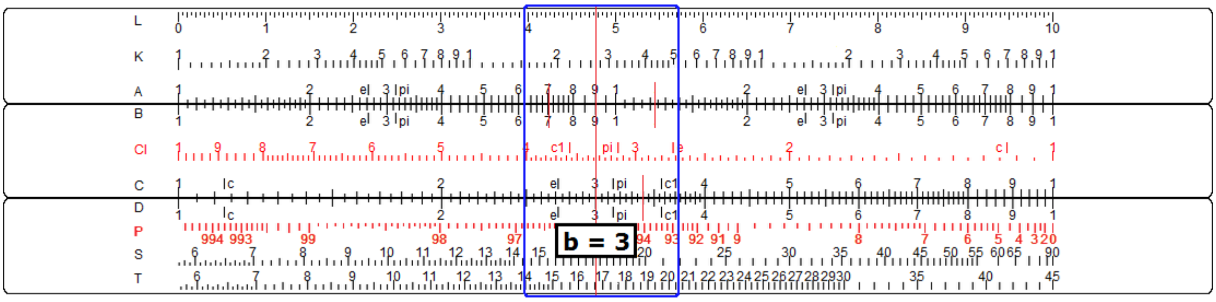
* Si el resultado cae fuera de la regla, podemos utilizar un factor divisor de 2, 3 o el que queramos, aplicado a los números **a**, **b** y **c** (el mismo para todos). El resultado leído, se tendrá que multiplicar por este factor.

Ejemplo: 7 obreros tardan 3 días en construir un muro de piedra ¿cuánto tardarán 9 obreros en construir ese muro?
a = 7, b = 3, c = 9.

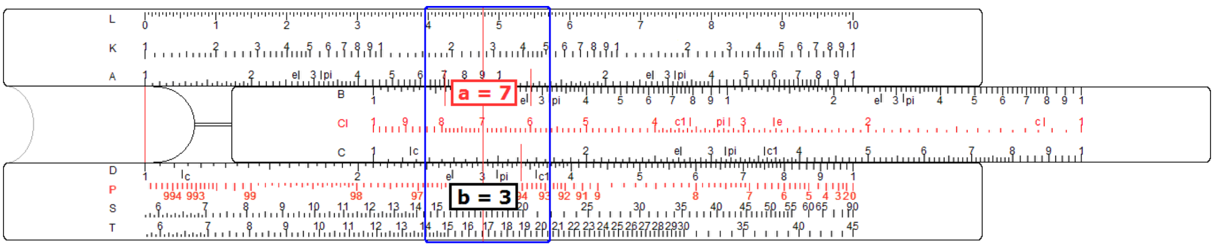
$$\frac{7}{\left(\frac{1}{3}\right)} = \frac{9}{\left(\frac{1}{?}\right)}$$

? ≈ 2,33 (2,3333).

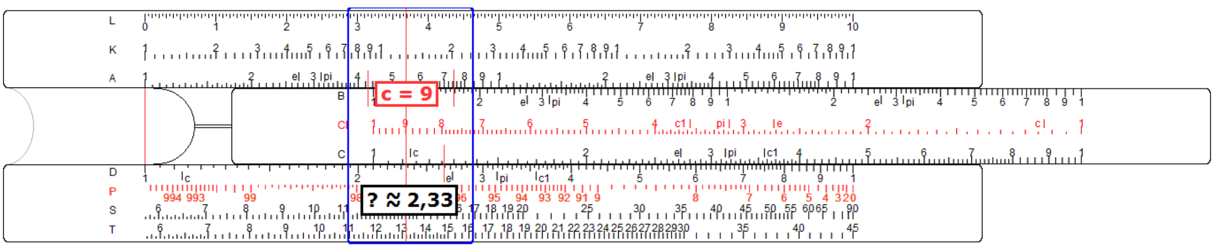
Paso 1.



Paso 2.



Paso 3.



EL CURSOR

- El cursor tiene una línea central larga y una o dos líneas más cortas a ambos lados. Con estas líneas también podemos realizar algunas operaciones. Para ello partiremos con la regla y la reglilla alineadas. Si estas no lo están los valores y los resultados se buscan en las escalas de la regla (escalas fijas **A** y **D**):

  1. HALLAR LA SECCIÓN CIRCULAR DE UNA CIRCUNFERENCIA:

  Movemos el cursor hasta que la raya pequeña inferior derecha, esté sobre el valor del radio de esta, en la escala **C** o **D**. Leemos el resultado, bajo la raya central del cursor, en la escala **A** o **B**.

  2. CALCULAR EL PESO DE UN VOLUMEN DADO DE ACERO O HIERRO HOMOGÉNEO O ACERO FUNDIDO:

  Movemos el cursor hasta que la raya central esté sobre el valor del volumen del objeto, en la escala **A** o **B**. Leemos el resultado del peso bajo la rayita izquierda superior, en la escala **A** o **B**.

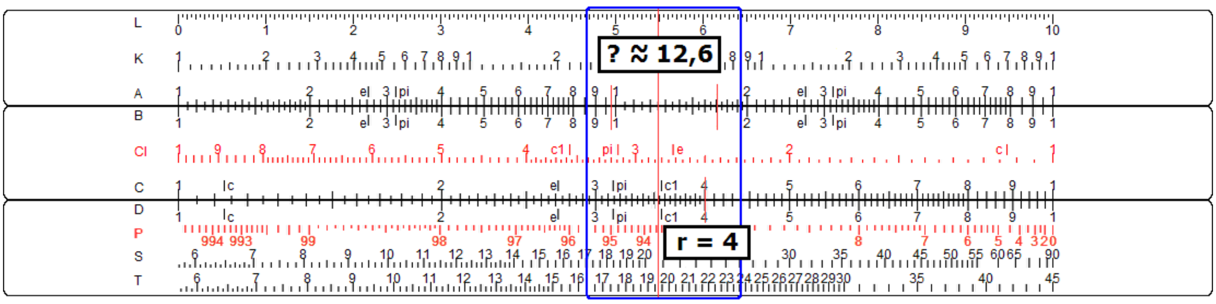
  3. TRANSFORMAR KILOVÁTIOS (kW) EN CABALLOS DE VAPOR (PS):

  Movemos el cursor hasta que la raya central esté sobre el valor de los kilovatios (Kw), en la escala **A** o **B**. Leemos el resultado de los caballos de vapor (PS) debajo de la rayita superior derecha, en la escala **A** o **B**.

Ejemplo 1: Hallar la sección circular de una circunferencia de 4 cm. de radio. Fórmula:

$$\frac{\pi \cdot r^2 \cdot 90}{360} = ?$$

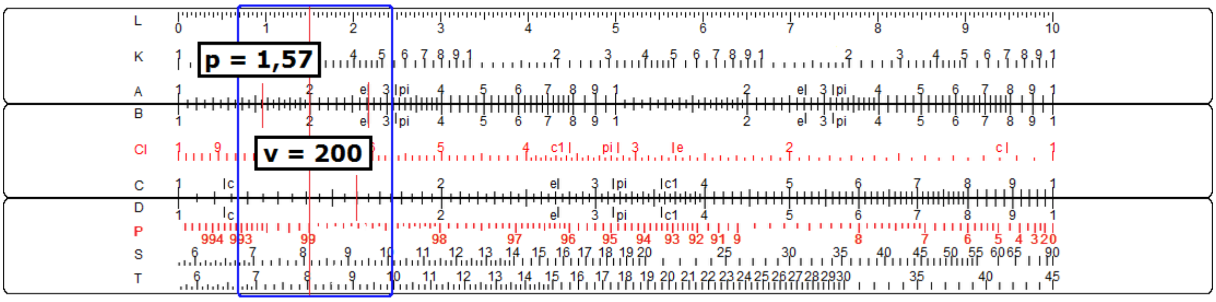
? ≈ 12,6 cm² (12,5664).



Ejemplo 2: Calcular el peso de un lingote de hierro cuyo volumen es de 200 cm^3. Fórmula:

volumen en cm^3 · 0,00785 = p

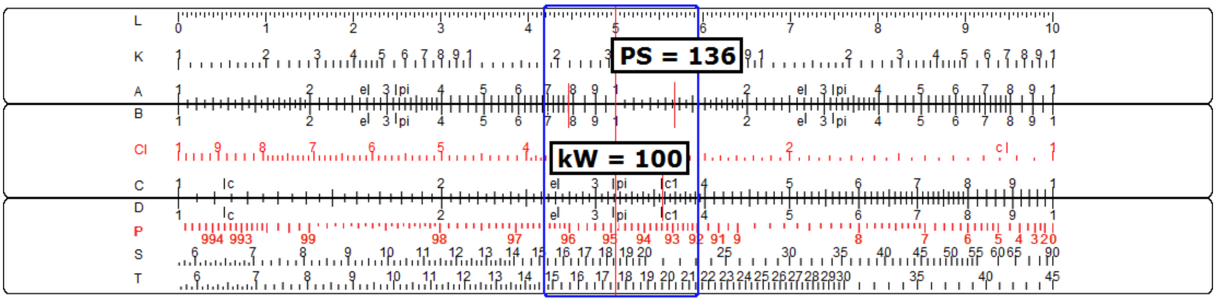
p = 1,57 kg.



Ejemplo 3: Transformar 100 kilovatios (kW) en caballos de vapor (PS). Fórmula:

$$\frac{\text{kW}}{0{,}735} = \text{PS}$$

100 kW = 136 PS.



En los ejemplos anteriores, podemos realizar la acción contraria. Sabiendo el área de la sección circular, hallar el radio de esta. Sabiendo el peso de un objeto de acero o hierro podemos averiguar su volumen y sabiendo los caballos de vapor podemos transformar estos en kilovatios. Para ello utilizaremos las rayas del cursor al revés de cómo fueron descritas.

CUADRADO Y RAIZ CUADRADA (a^2) ($\sqrt{a}$)

- Podemos utilizar la regla y la reglilla alineadas. Si no es así, los valores y los resultados los buscaremos en las escalas fijas de la regla (**A** y **D**) o en las escalas móviles de la reglilla (**B** o **C**), pero sin mezclar las escalas fijas con las móviles:

  1. CUADRADO (a^2):

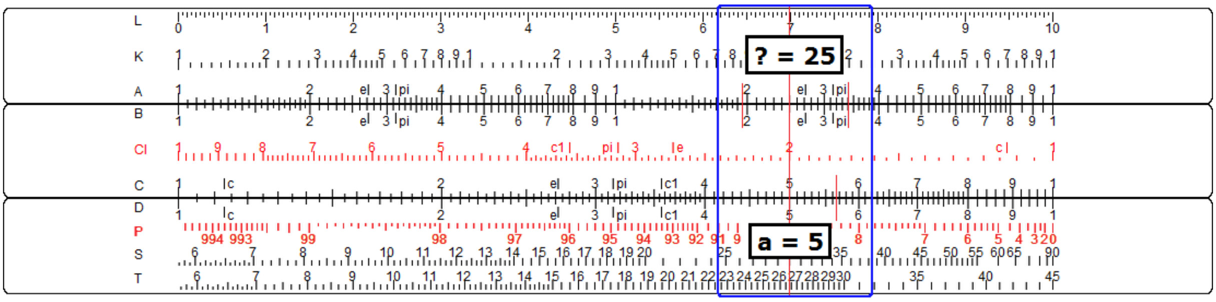
  Movemos el cursor hasta el número **a** en la escala **C** o **D**. Leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **A** o **B**.

  2. RAÍZ CUADRADA ($\sqrt{a}$):

  Movemos el cursor hasta el número **a** en la escala **A** o **B**. Leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **C** o **D**.

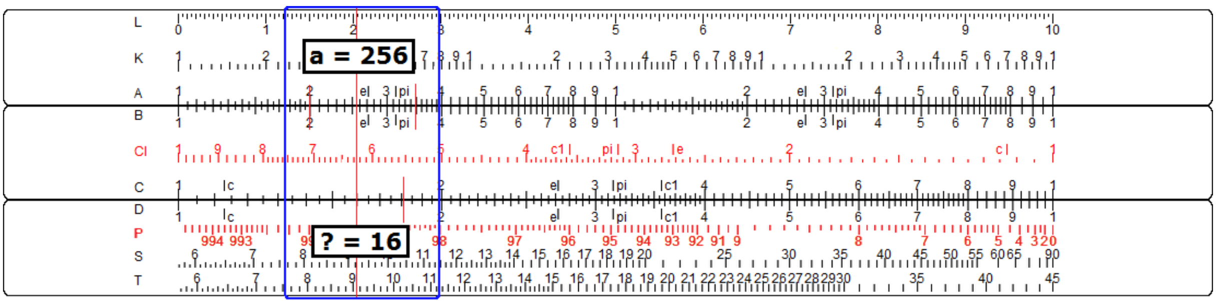
Ejemplo 1: a = 5.

a^2 = ? **? = 25**.



Ejemplo 2: a = 256.

$\sqrt{a}$ = ? **? = 16**.



CUBO Y RAÍZ CÚBICA (a^3) ($\sqrt[3]{a}$)

- Podemos utilizar la regla y la reglilla alineadas. Si no es así, los valores los buscaremos en la escala fija de la regla (**D**):

1. CUBO (a^3):

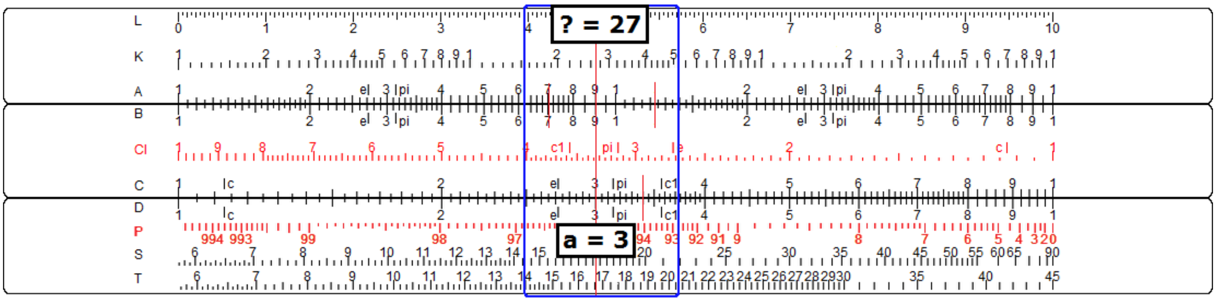
Movemos el cursor hasta el número **a** en la escala **C** o **D**. Leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **K**.

2. RAÍZ CÚBICA ($\sqrt[3]{a}$):

Movemos el cursor hasta el número **a** en la escala **K**. Leemos el resultado bajo el cursor, en la escala **C** o **D**.

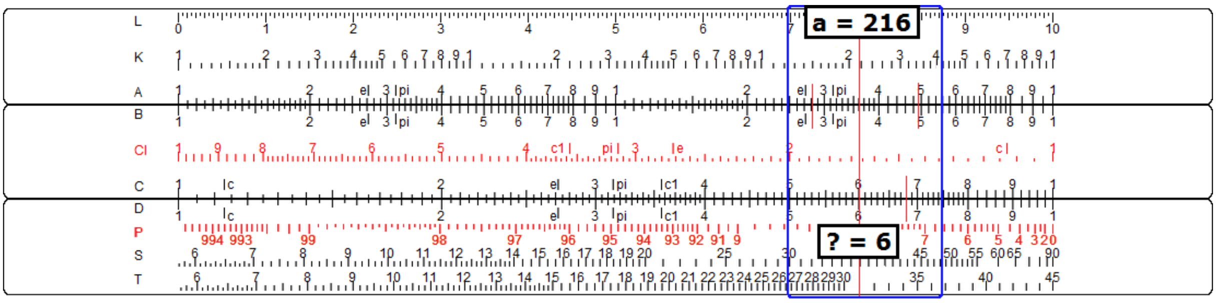
Ejemplo 1: a = 3.

a^3 = ? **? = 27**.



Ejemplo 2: a = 216.

$\sqrt[3]{a}$ = ? **? = 6**.



POTENCIA 4 Y RAÍZ CUARTA (a^4) ($\sqrt[4]{a}$)

1. POTENCIA 4 (a^4):

- Movemos la reglilla hasta que **C1** o **C10** se coloquen encima del número **a** de la escala **D**.
- Movemos el cursor hasta situar debajo el número **a** en la escala **C**. Leemos el resultado debajo del cursor, en la escala **A**.

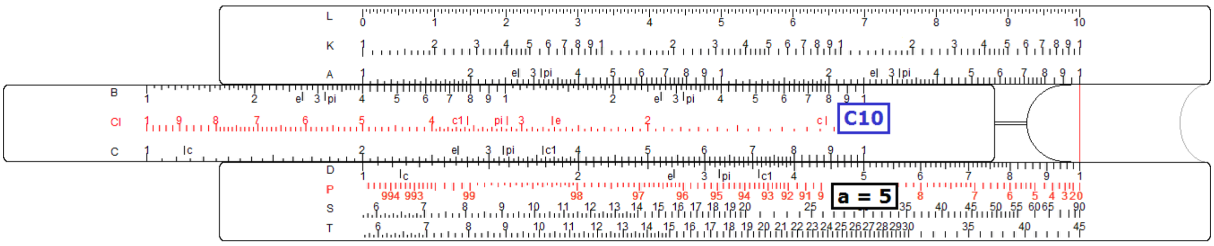
2. RAÍZ CUARTA ($\sqrt[4]{a}$):

- Movemos el cursor hasta que tengamos debajo el número **a** en la escala **A**.
- Leemos el valor, debajo del cursor, en la escala **D**.
- Movemos la reglilla hasta poner debajo del cursor ese valor, en la escala **B**. Leemos el resultado en la escala **D**, debajo de **C1** si el número **a** tiene una o dos cifras o debajo de **C10** si el número **a** tiene tres o cuatro cifras.

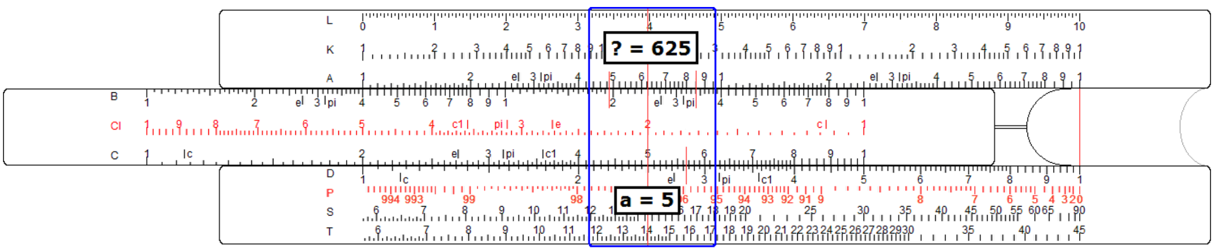
Ejemplo 1: a = 5.

a^4 = ?   **? = 625**.

Paso 1.



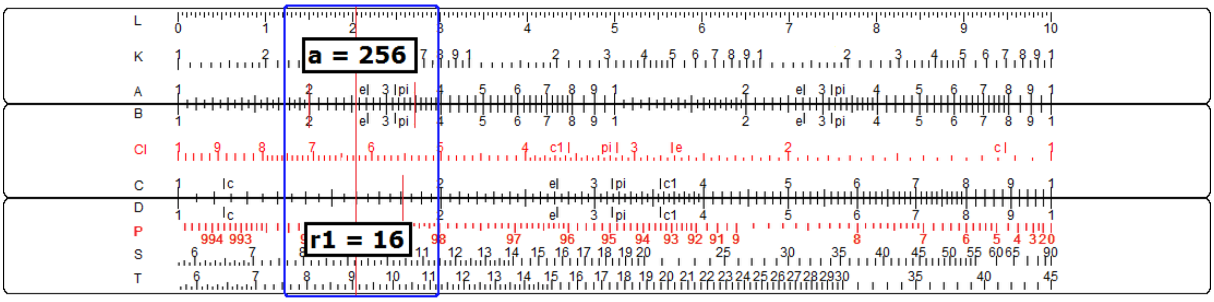
Paso 2.



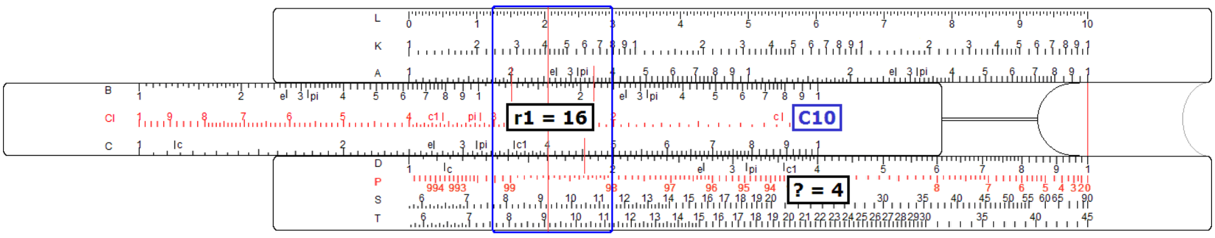
Ejemplo 2: a = 256.

$\sqrt[4]{a} = ?$ **? = 4.**

Paso 1 y 2.



Paso 3. Como el número **a**, tiene tres cifras, moveremos la reglilla para poder leer el resultado debajo de **C10**.



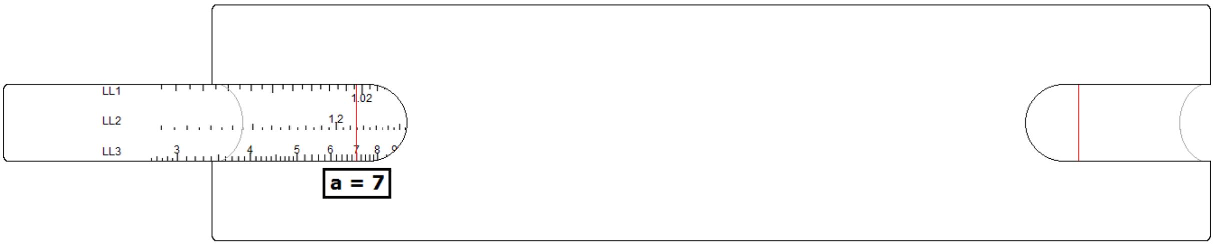
ELEVAR UN NÚMERO A UNA POTENCIA (a^n)

1. **GIRAR LA REGLA**. Mover la reglilla hacía la derecha o la izquierda para buscar el número **a** en las escalas **LL1**, **LL2** o **LL3**, que pondremos bajo la raya de lectura.
2. **GIRAR LA REGLA**. Mover el cursor hasta **C1** o **C10**.
3. Mover la reglilla hasta que el exponente **n** en la escala **C**, este debajo del cursor.
4. **GIRAR LA REGLA**. Leer el resultado bajo la raya de lectura en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3**.

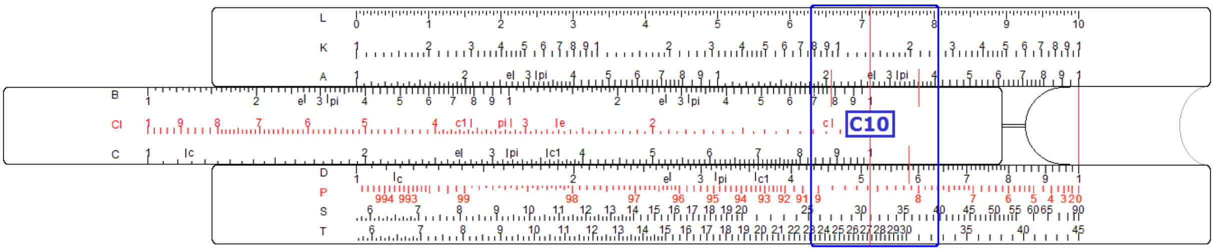
Ejemplo: a = 7, n = 5.

a^n = ? **? = 16807**.

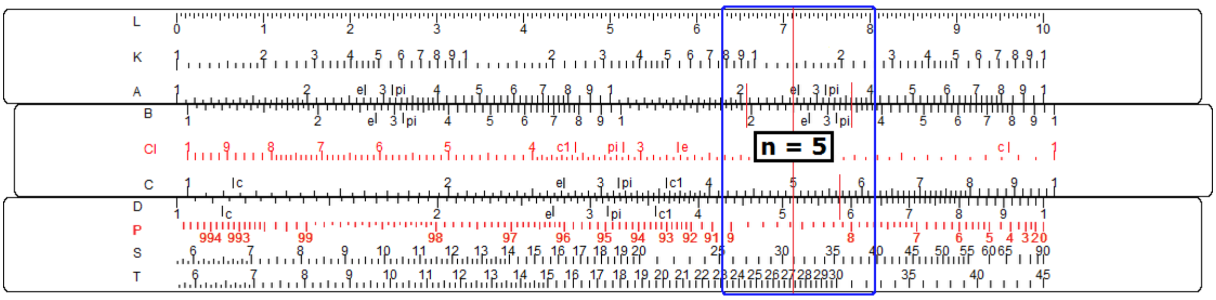
Paso 1.



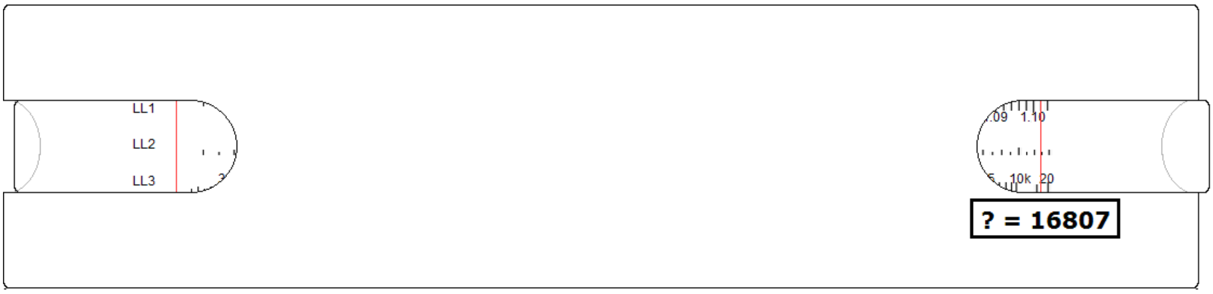
Paso 2.



Paso 3.



Paso 4.



HALLAR LA POTENCIA n? DE UN NÚMERO ($a^{n?} = b$)

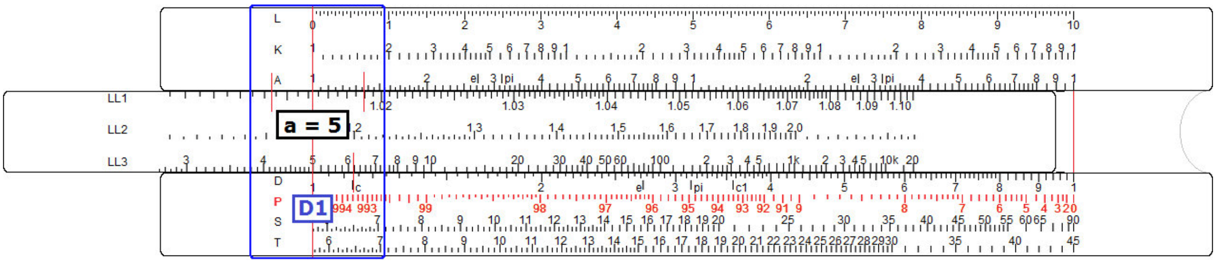
- Sabiendo que un número **a** conocido, elevado a un exponente, es igual al resultado **b**. ¿Cómo hallamos a que exponente fue elevado ese número **a** para dar como resultado **b**?
- **Sacamos la reglilla y le damos la vuelta**. Lo importante es que en el anverso de la regla tengamos las escalas **LL1**, **LL2**, **LL3** y **D**.

  1. Movemos la reglilla hasta que el número **a** en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** este alineado con **D1** o **D10** (si es necesario nos ayudamos del cursor).
  2. Movemos el cursor hasta que el número **b** en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** quede debajo de este y leemos el resultado en la escala **D**.

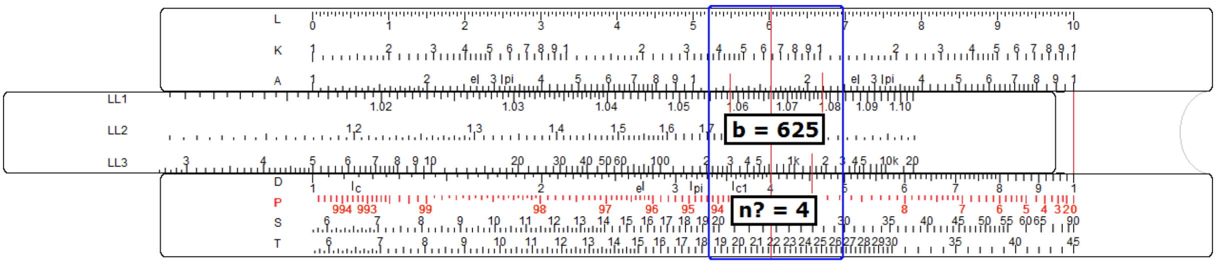
Ejemplo: a = 5, b = 625.

$a^{n?} = b$ **n? = 4**.

Paso 1. Sacamos la reglilla y le damos la vuelta.



Paso 2.



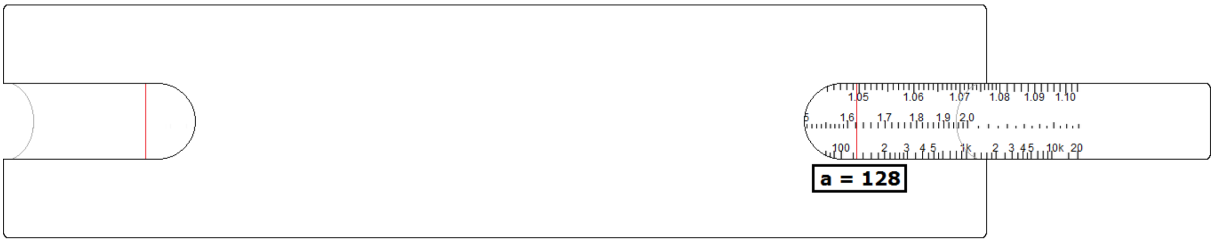
RAÍZ n DE UN NÚMERO ($\sqrt[n]{a}$)

1. **GIRAR LA REGLA**. Mover la reglilla hacia la derecha o la izquierda para buscar el número **a** en las escalas **LL1**, **LL2** o **LL3**, que pondremos bajo la raya de lectura.
2. **GIRAR LA REGLA**. Mover el cursor hasta **C1** o **C10** (lado contrario en el cual se eligió el número **a**).
3. Mover la reglilla hasta que el número **n** en la escala **CI**, este debajo del cursor.
4. **GIRAR LA REGLA**. Leer el resultado bajo la raya de lectura en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** (en la escala anterior a la que se utilizó para buscar el número **a**).

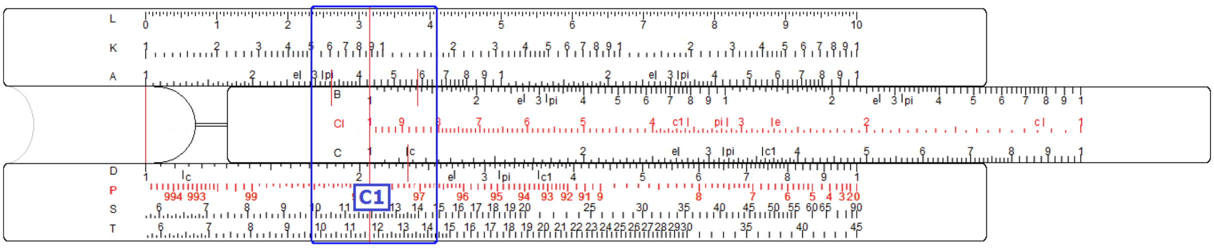
Ejemplo: a = 128, n = 7.

$\sqrt[n]{a}$ = ?   **? = 2**.

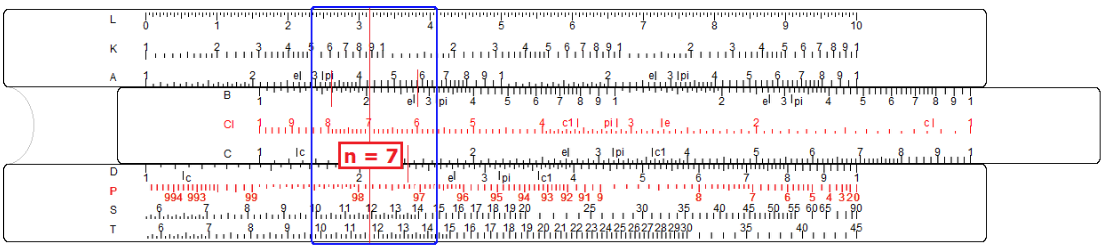
Paso 1.



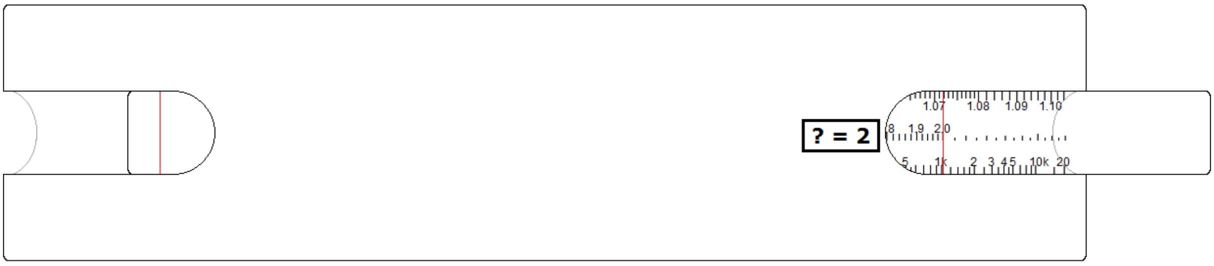
Paso 2.



Paso 3.



Paso 4.



HALLAR LA RAÍZ n? DE UN NÚMERO ($\sqrt[n?]{a} = b$)

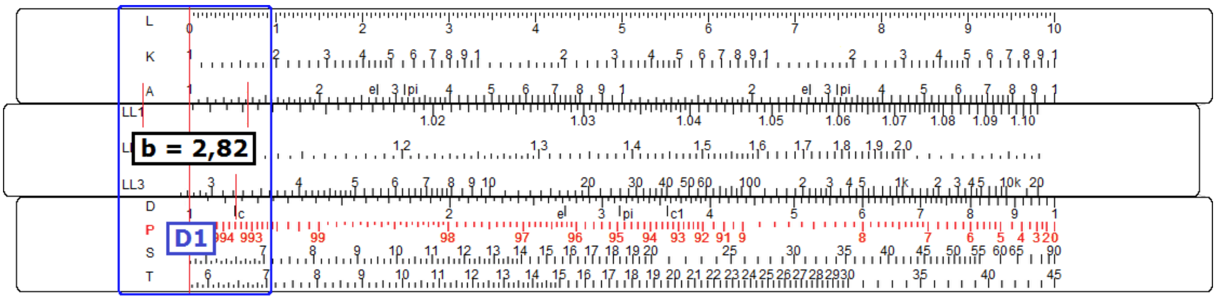
- Sabiendo que la raíz **n?** de un número **a** conocido da como resultado **b**. ¿Cómo hallamos que raíz **n?** se extrajo a ese número **a** para dar como resultado **b**?
- **Sacamos la reglilla y le damos la vuelta**. Lo importante es que en el anverso de la regla tengamos las escalas **LL1**, **LL2**, **LL3** y **D**.

  1. Movemos la reglilla hasta que el número **b** (resultado) en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** este alineado con **D1** o **D10** (si es necesario nos ayudamos del cursor).
  2. Movemos el cursor hasta que el número **a** en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** quede debajo de este y leemos el resultado **n?** en la escala **D** (raíz).

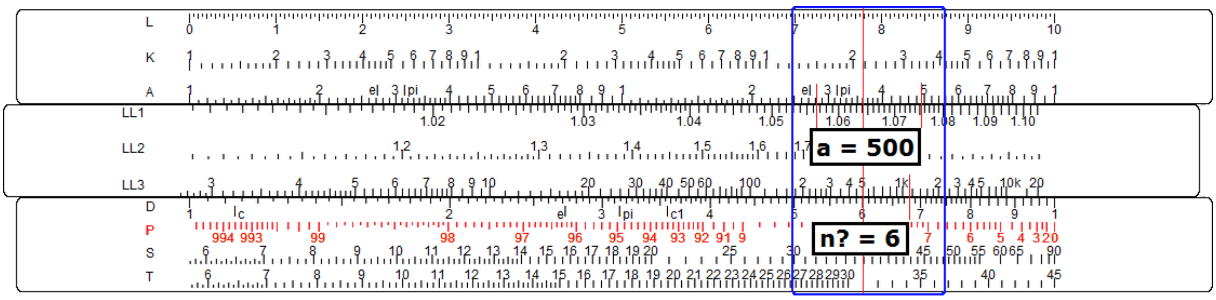
Ejemplo: a = 500, b =2,82.

$\sqrt[n?]{a} = b$ **n? = 6**.

Paso 1. Sacamos la reglilla y le damos la vuelta.



Paso 2.



CALCULAR EL PORCENTAJE SABIENDO LA CANTIDAD

- Teniendo una cantidad **b**, podemos averiguar que tanto por ciento es de otra cantidad **a**. Procederemos de la siguiente manera:

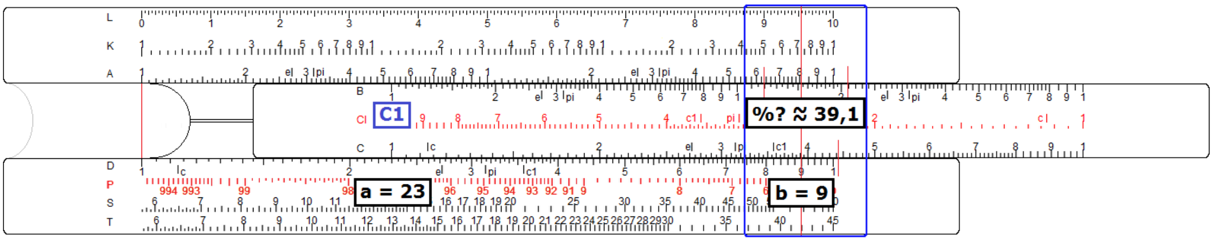
  1. Movemos la reglilla y colocamos **C1** o **C10** sobre la cantidad principal **a** de la escala **D** (si es necesario, nos podemos ayudar con el cursor).
  2. Leemos el resultado en la escala **C**, encima de la cantidad **b** de la escala **D** (si es necesario, nos podemos ayudar con el cursor).

Ejemplo 1: a = 23, b = 9. Hallar que tanto por ciento de **a** es **b**.

$$\%? = \frac{b \cdot 100}{a}$$

%? ≈ 39,1 (39,13).

Pasos 1 y 2.

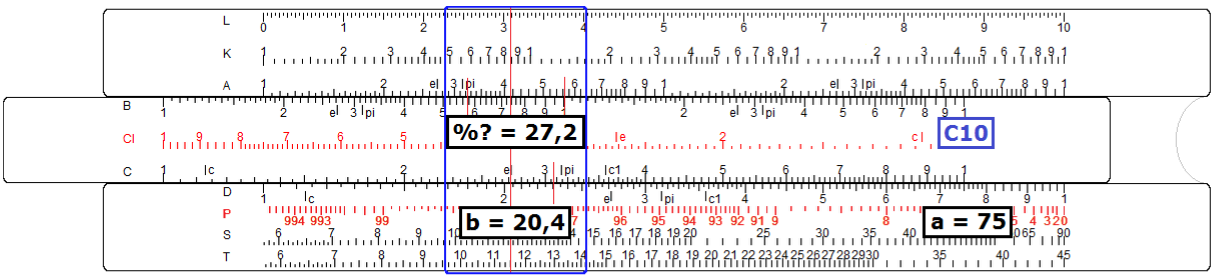


Ejemplo 2: a = 75, b = 20,4. Hallar que tanto por ciento de **a** es **b**.

$$\%? = \frac{b \cdot 100}{a}$$

%? = 27,2.

Pasos 1 y 2.



CALCULAR LA CANTIDAD SABIENDO EL PORCENTAJE

- Teniendo una cantidad **a**, podemos averiguar que cantidad **b**, corresponde a un tanto por ciento **c** de la primera. Procederemos de la siguiente manera:

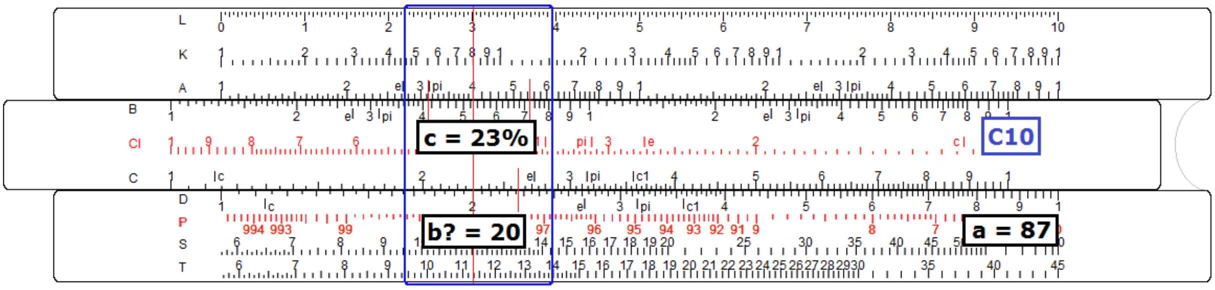
  1. Movemos la reglilla y situamos **C1** o **C10** sobre la cantidad principal **a** de la escala **D** (si es necesario, nos podemos ayudar con el cursor).
  2. Leemos el resultado en la escala **D**, debajo del tanto por ciento **c** de la escala **C** (si es necesario, nos podemos ayudar con el cursor).

Ejemplo 1: a = 87, c = 23. Hallar la cantidad **b** correspondiente al **c%** de **a**.

$$b? = \frac{a \cdot c}{100}$$

b? = 20.

Pasos 1 y 2.

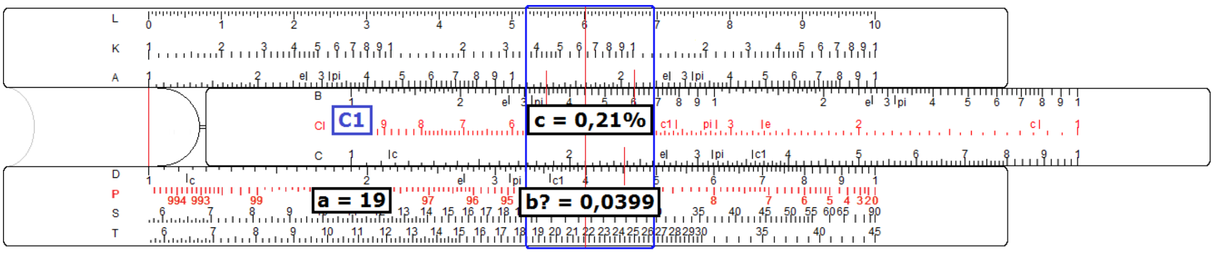


Ejemplo 2: a = 19, c = 0,21. Hallar la cantidad **b** correspondiente al **c%** de **a**.

$$b? = \frac{a \cdot c}{100}$$

b? = 0,0399.

Pasos 1 y 2.



ÁREA DE UN CÍRCULO ($A = \pi \cdot d^2 / 4$)

- Veremos unos cuantos métodos:

1. Movemos el cursor hasta ponerlo encima del diámetro **d** en la escala **C**. Movemos la reglilla hasta colocar la marca ***"c"*** (cuyo valor es 1,128, equivalente a √(4/π)) de la escala **C** encima del diámetro **d**. Leemos el resultado en la escala **A**, encima de **B1** o **B10**.
2. Movemos la reglilla hasta colocar **C1** encima de la marca ***"c"*** (1,128) de la escala **D**. Movemos el cursor hasta el diámetro **d** en la escala **D**. Leemos el resultado bajo el cursor en la escala **B**.
3. Movemos la reglilla y ponemos **C1** encima del valor 1,772 (√π) en la escala **D**. Movemos el cursor hasta el radio (**d/2**) en la escala **C**. Leemos el resultado bajo el cursor en la escala **A**.
4. **Usando la fórmula π · r²:** Movemos la reglilla y ponemos **B1** debajo de **π** en la escala **A**. Movemos el cursor hasta el radio (**d/2**) en la escala **C**. Leemos el resultado debajo del cursor en la escala **A**.

* En los *métodos 2, 3 y 4*, una vez realizado el primer paso, podemos encontrar el área de cualquier círculo con un solo movimiento del cursor.

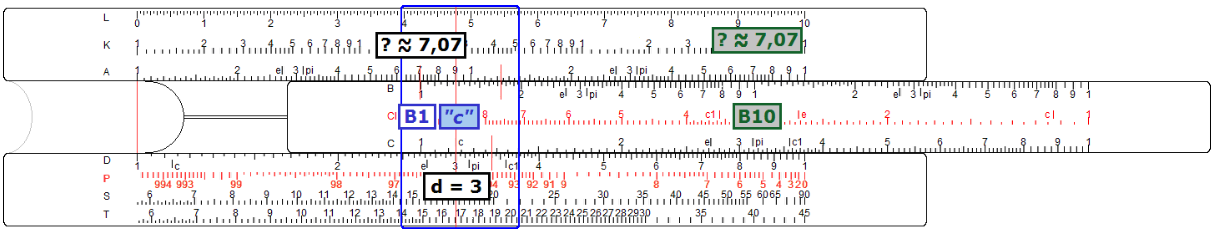
5. Movemos el cursor hasta ponerlo encima de **π** en la escala **A**. Movemos la reglilla y ponemos el radio (**d/2**) en la escala **CI**, bajo el cursor. Leemos el resultado en la escala **A**, encima de **B100**.

Ejemplo: Hallar el área de un círculo, cuyo radio es de 1,5 cm.

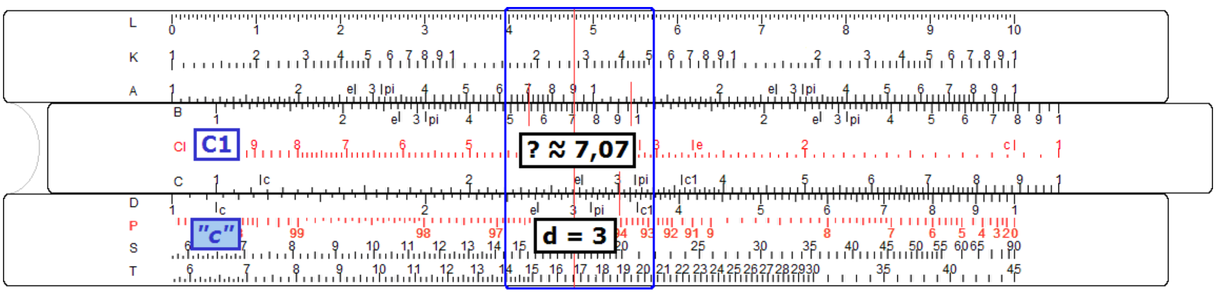
$$\frac{\pi \cdot d^2}{4} = ?$$

? ≈ 7,07 cm² (7,0686).

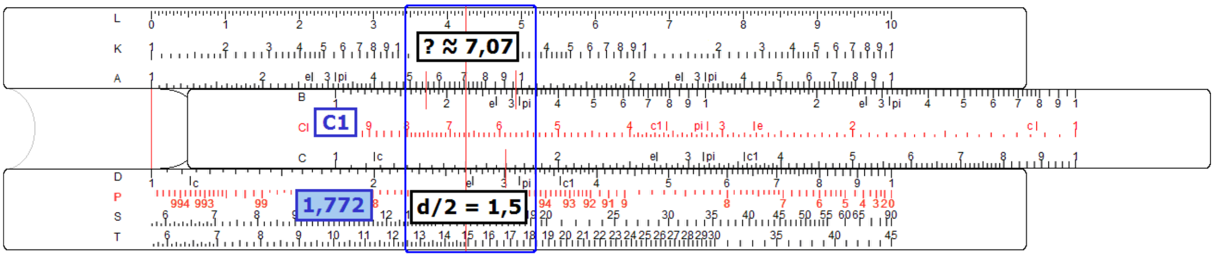
Método 1.



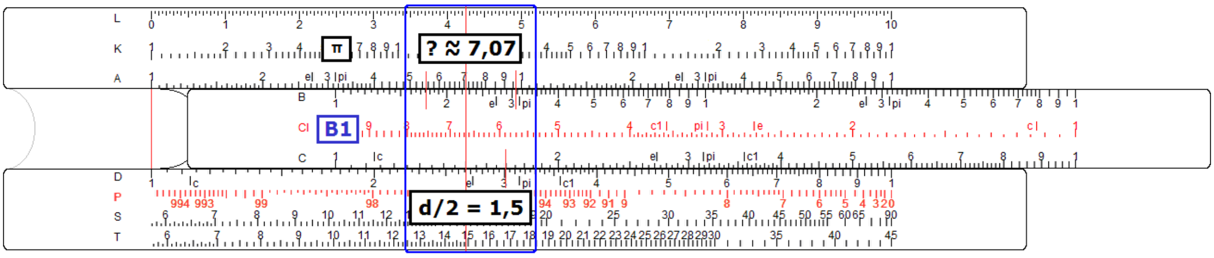
Método 2.



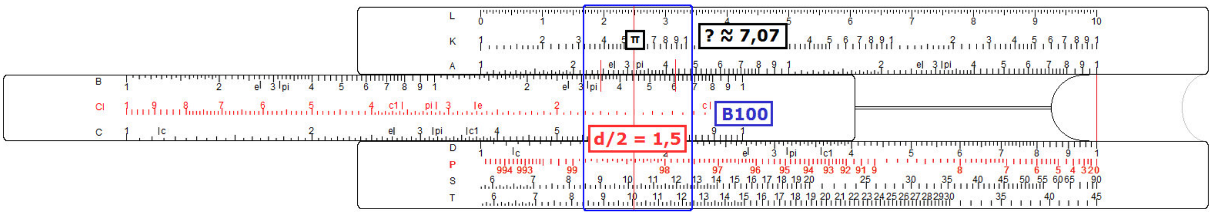
Método 3.



Método 4.



Método 5.



ESCALAS TRIGONOMÉTRICAS (1). SENOS.

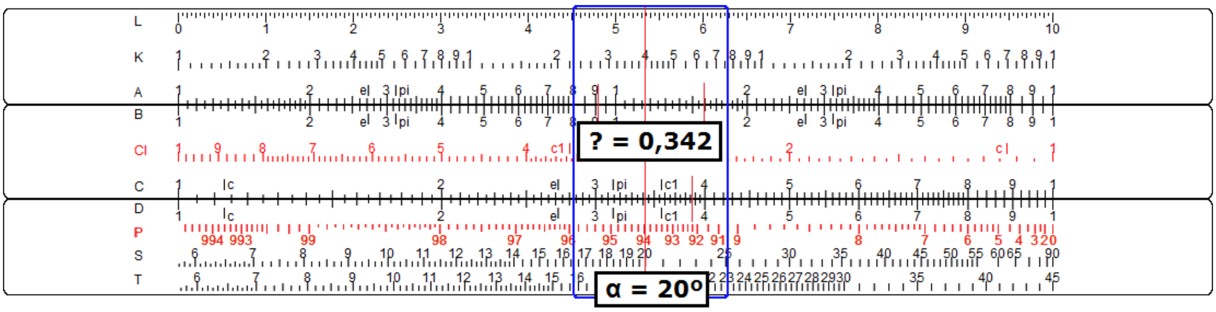
- Partiremos con la regla y la reglilla alineadas. Si no es así realizaremos la búsqueda y la lectura del resultado en las escalas fijas de la regla (**S**, **P** y **D**).
- Todos los resultados se expresan en **grados**.

SENO, ARCOCOSENO Y SECANTE (sin α) (arcsin α) (sec α):

- Para hallar el seno del ángulo **α**, moveremos el cursor hasta este, en la escala **S** utilizando los **números en negro**. Leemos el resultado en la escala **C** o **D**. Es el método más exacto para ángulos pequeños.
- Si queremos más precisión y tenemos ángulos grandes, podemos utilizar la escala pitagórica **P**: Movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **S**, pero utilizando los **números en rojo**. Leemos el resultado debajo del cursor en la escala **P**.
- **ÁNGULO INFERIOR A 5,8°:** Movemos la reglilla hasta que **C1** este encima del ángulo **α** en la escala **D**. Leemos el resultado en la escala **D**, debajo del símbolo **ϱ** de la escala **C**.
- **ARCOSENO (arcsin α):** Movemos el cursor hasta el valor en la escala **C** o **D**. Leemos el resultado en los **números en negro** en la escala **S**, debajo del cursor. Si utilizamos la escala pitagórica **P**, el resultado lo leemos en la escala **S**, pero en los **números rojos**. **Para ángulos inferiores a 5.8°**, movemos la reglilla hasta situar el valor en la escala **D**, debajo del símbolo **ϱ** de la escala **C** y leemos el resultado en la escala **D**, debajo de **C1**.
- **SECANTE (sec α):** Movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **S** (**números negros**). Movemos la reglilla hasta situar **C1** debajo del cursor, alineando **C1** y el ángulo **α**. Leemos el resultado en la escala **C**, encima de **D10**.

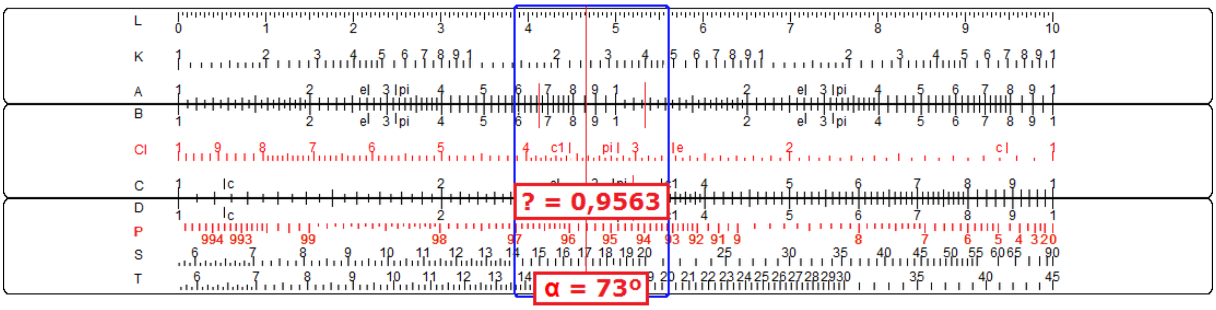
Ejemplo 1: SENO. Hallar el seno de 20°.

sin (α) = ?   **? = 0,342**.



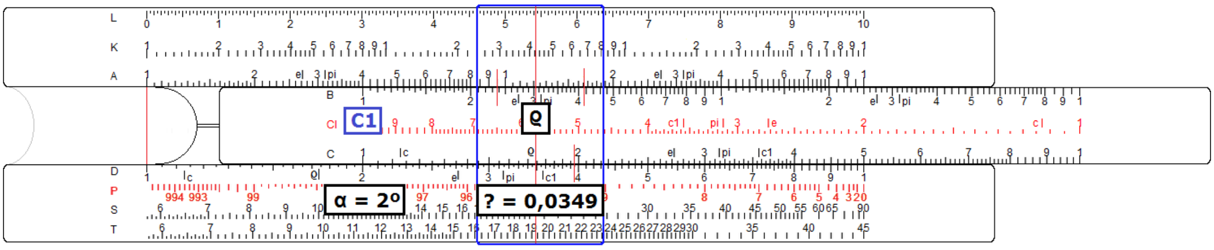
Ejemplo 2: SENO Y ESCALA PITAGÓRICA. Hallar el seno de 73°.

sin (α) = ? **? = 0,9563**.



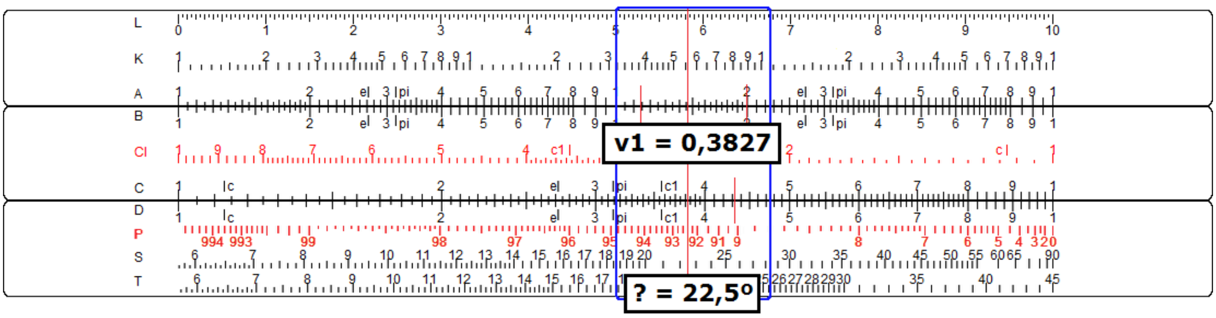
Ejemplo 3: ÁNGULO INFERIOR A 5,8°. Hallar el seno de 2°.

sin (α) = ? **? = 0,0349**.



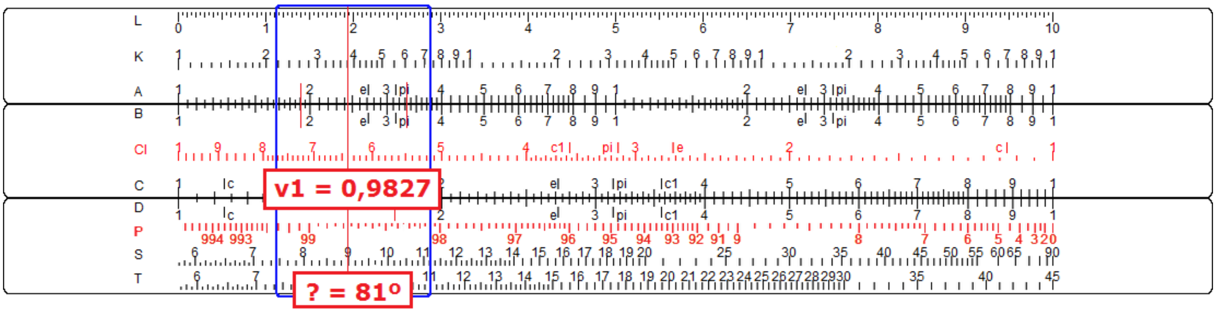
Ejemplo 4.1: ARCOSENO. Hallar el ángulo cuyo seno es 0,3827.

arcsin (α) = ? **? = 22,5° (22° 30’)**.



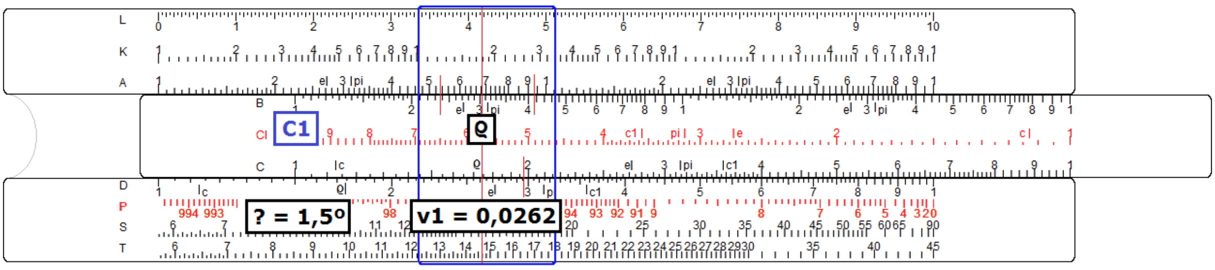
Ejemplo 4.2: ARCOSENO Y ESCALA PITAGÓRICA. Hallar el ángulo cuyo seno es 0,9877.

arcsin (α) = ? **? = 81°**.



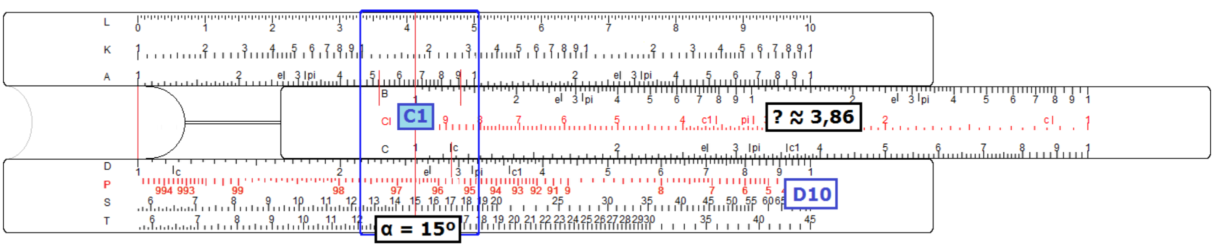
Ejemplo 4.3: ARCOSENO y ÁNGULOS INFERIORES A 5,8°. Hallar el ángulo cuyo seno es 0,0262.

arcsin (α) = ? **? = 1,5° (1° 30’)**.



Ejemplo 5: SECANTE. Hallar la secante para un ángulo de 15°.

$$\sec(\alpha) = \frac{1}{\sin(\alpha)} = ?$$ **? ≈ 3,86 (3,8637)**.



ESCALAS TRIGONOMÉTRICAS (2). COSENOS.

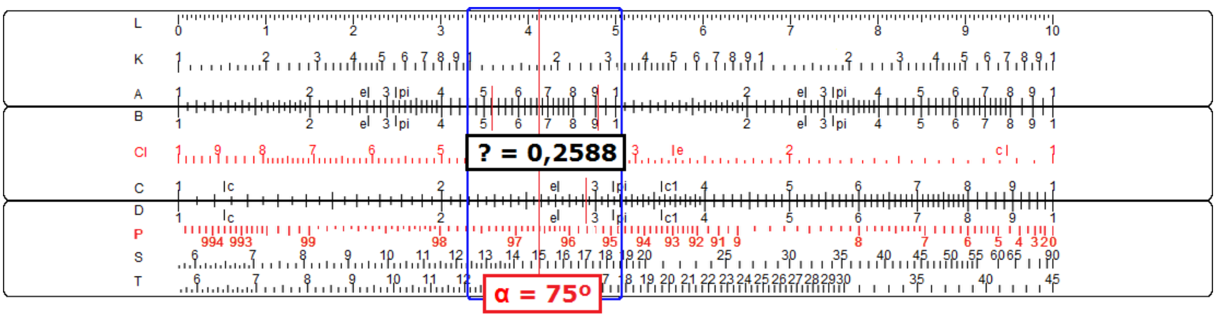
- Partiremos con la regla y la reglilla alineadas. Si no es así realizaremos la búsqueda y la lectura del resultado en las escalas fijas de la regla (**S**, **P** y **D**).
- Recordar que cos (α) = sin (90 – α).
- Todos los resultados se expresan en **grados**.

COSENO, ARCOCOSENO Y COSECANTE (cos α) (arccos α) (csc α):

- Para hallar el coseno del ángulo **α**, moveremos el cursor hasta este, en la escala **S** utilizando los **números en rojo**. Leemos el resultado en la escala **C** o **D**. Es el método más exacto para ángulos grandes.
- Si queremos más precisión y tenemos ángulos pequeños, podemos utilizar la escala pitagórica **P**: Movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **S**, pero utilizando los **números en negro**. Leemos el resultado debajo del cursor en la escala **P**.
- **ÁNGULO INFERIOR A 5,8°:** Emplearemos la fórmula:
  $$1 - (1{,}52 \cdot 10^{-4} \cdot \alpha^2).$$
- **ARCOCOSENO (arccos α):** Movemos el cursor hasta el valor en la escala **C** o **D**. Leemos el resultado en los **números en rojos** en la escala **S**, debajo del cursor. Si utilizamos la escala pitagórica **P**, el resultado lo leemos en la escala **S**, pero en los **números negros**.
- **COSECANTE (csc α):** Movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **S** (**números rojos**). Movemos la reglilla hasta situar **C1** debajo del cursor, alineando **C1** y el ángulo **α**. Leemos el resultado en la escala **C**, encima de **D10**.

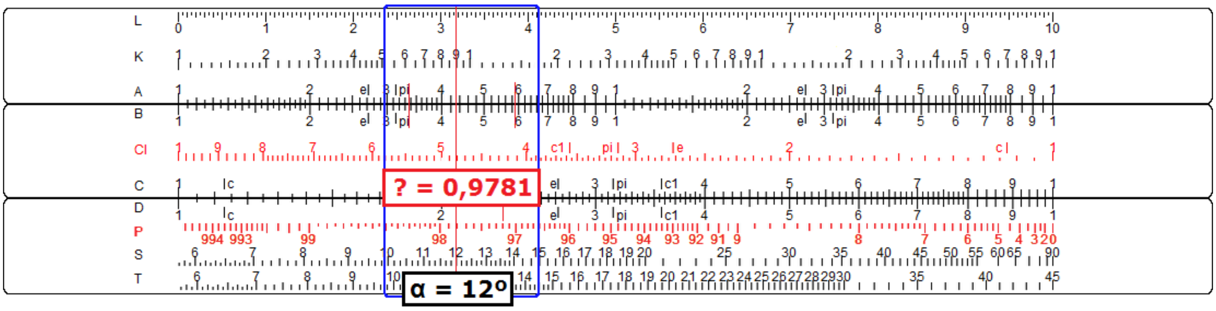
Ejemplo 1: COSENO. Hallar el coseno de 75°.

cos (α) = ?   **? = 0,2588**.



Ejemplo 2: COSENO Y ESCALA PITAGÓRICA. Hallar el coseno de 12°.

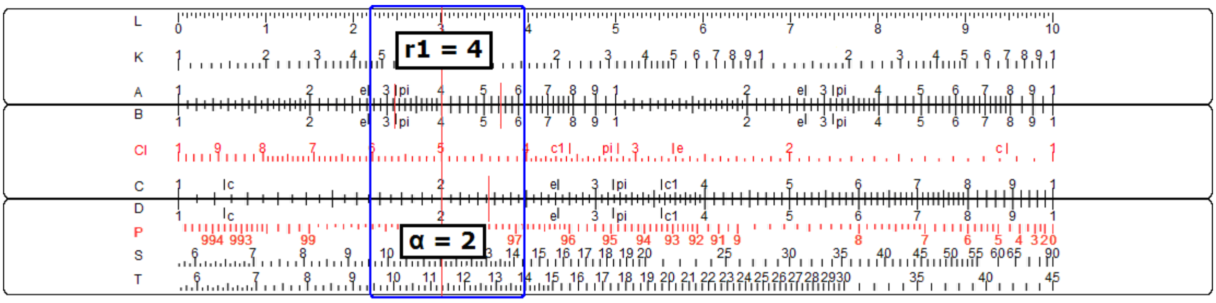
cos (α) = ? **? = 0,9781**.



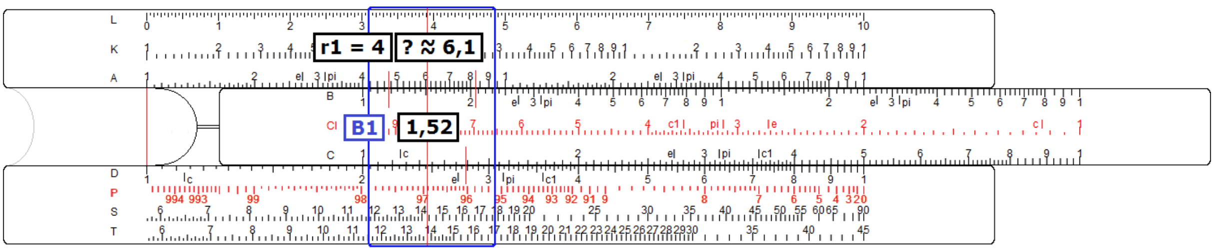
Ejemplo 3: ÁNGULO INFERIOR A 5,8°. Hallar el coseno de 2°. Utilizaremos la fórmula: $1 - (1{,}52 \cdot 10^{-4} \cdot \alpha^2)$.

cos (α) = ? **? ≈ 0,9994**.

Paso 1. Hallamos el cuadrado del ángulo α.



Paso 2. Multiplicamos el resultado por $1{,}52 \cdot 10^{-4}$. Lo realizamos con las escalas **A** y **B**.

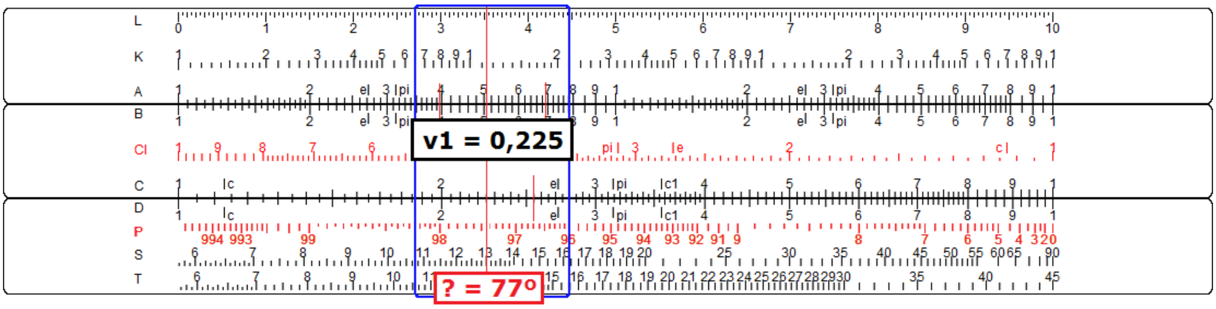


Paso 3. Tenemos un resultado intermedio de 6,1, el cual multiplicaremos por 10^{-4}, dándonos como resultado 0,00061. Manualmente a 1 le restaremos este resultado, para obtener el coseno de 2°:

1 – 0,00061 ≈ 0,9994.

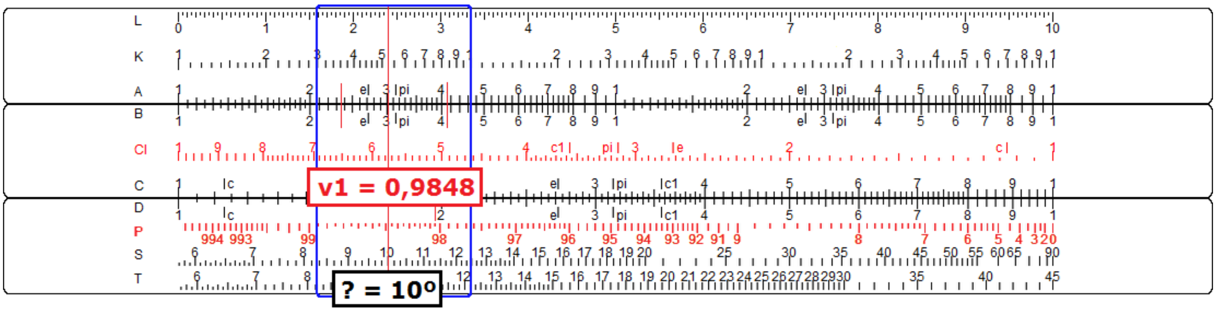
Ejemplo 4.1: ARCOCOSENO. Hallar el ángulo cuyo coseno es 0,225.

arccos (α) = ?   **? = 77º**.



Ejemplo 4.2: ARCOCOSENO Y ESCALA PITAGÓRICA. Hallar el ángulo cuyo coseno es 0,9848.

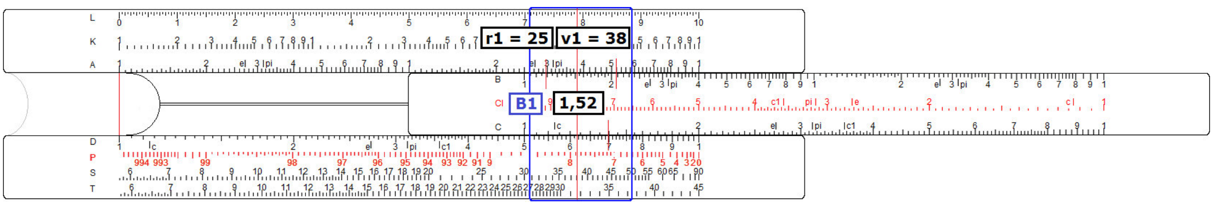
arccos (α) = ?   **? = 10º**.



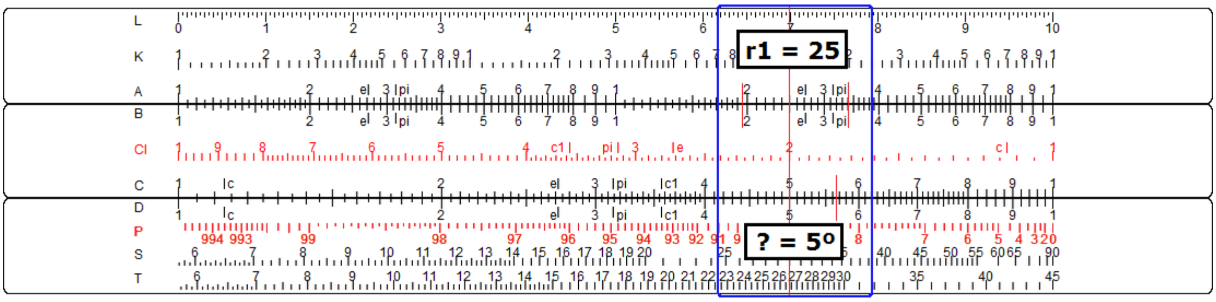
Ejemplo 4.3: ARCOCOSENO y ÁNGULOS INFERIORES A 5,8º. Hallar el ángulo cuyo coseno es 0,9962.

arccos (α) = ?   **? = 5º**.

Paso 1. Manualmente le restamos a 1 el valor 0,9962 y obtenemos el resultado 0,0038, el cual dividiremos por $1{,}52 \cdot 10^{-4}$. Para ello utilizaremos las escalas **A** y **B**.

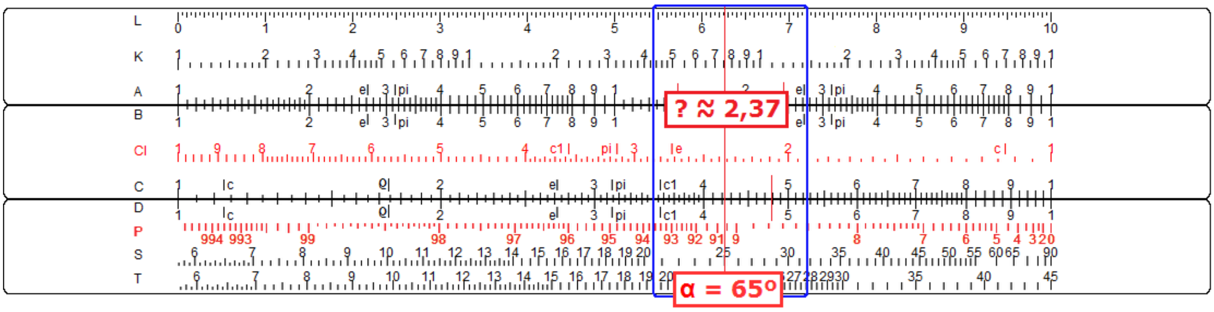


Paso 2. Alineamos la regla y la reglilla y nos ayudamos del cursor, si lo creemos necesario, para obtener la raíz cuadrada del resultado intermedio y hallar el ángulo α.



Ejemplo 5: COSECANTE. Hallar la cosecante para un ángulo de 65°.

$$\csc(\alpha) = \frac{1}{\cos(\alpha)} = ?$$ **? ≈ 2,37 (2,3662)**.



ESCALAS TRIGONOMÉTRICAS (3). TANGENTES.

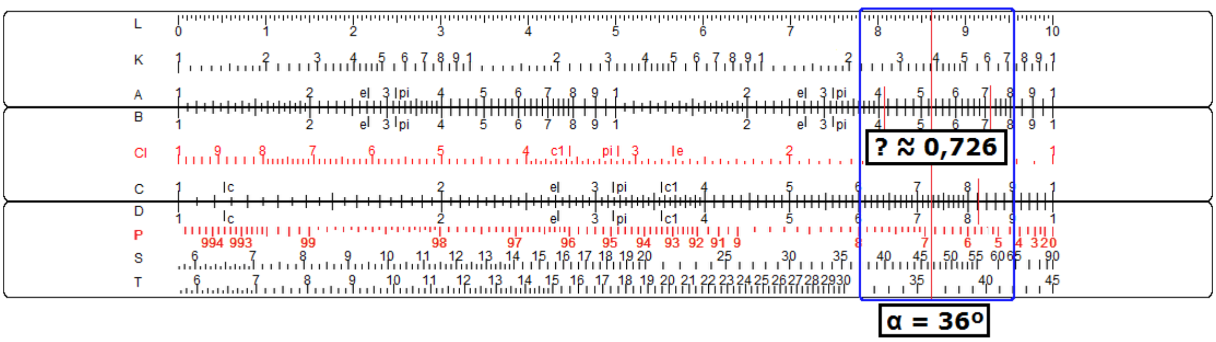
- Partiremos con la regla y la reglilla alineadas.
- Todos los resultados se expresan en **grados**.

TANGENTE, ARCOTANGENTE Y COTANGENTE (tan α) (arctan α) (cot α):

- **Tangente si el ángulo es igual o inferior a 45°:** Movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **T** utilizando los **números en negro**. Leemos el resultado debajo del cursor en la escala **C** o **D**.
- **Tangente si el ángulo es superior o igual a 45°:** Movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **T** utilizando los **números en rojo**. Leemos el resultado debajo del cursor en la escala **CI**.
- **ÁNGULO INFERIOR A 5,8°:** Movemos la reglilla hasta que **C1** este encima del ángulo **α** en la escala **D**. Leemos el resultado en la escala **D**, debajo del símbolo **ϱ** de la escala **C**.
- **ARCOTANGENTE (arctan α): Si el valor en inferior o igual a 1**, pondremos el cursor encima del valor en la escala **C** o **D**. Leemos el resultado (ángulo) en la escala **T** (**números en negro**). **Si el valor es igual o superior a 1**, pondremos el cursor encima del valor en la escala **CI**. Leemos el resultado (ángulo) en la escala **T** (**números en rojo**) o la salida del resultado 45 + (45 – α) en la misma escala **T**. **Para ángulos inferiores a 5.8°**, movemos la reglilla hasta situar el valor en la escala **D**, debajo del símbolo **ϱ** de la escala **C** y leemos el resultado en la escala **D**, debajo de **C1**.
- **COTANGENTE (cot α): Si el ángulo es inferior o igual a 45°**, movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **T** (**números en negro**). Leemos el resultado en la escala **CI**, debajo del cursor. **Si el ángulo es superior o igual a 45°**, movemos el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **T** (**números en rojo**). Leemos el resultado bajo el cursor en la escala **C** o **D**.

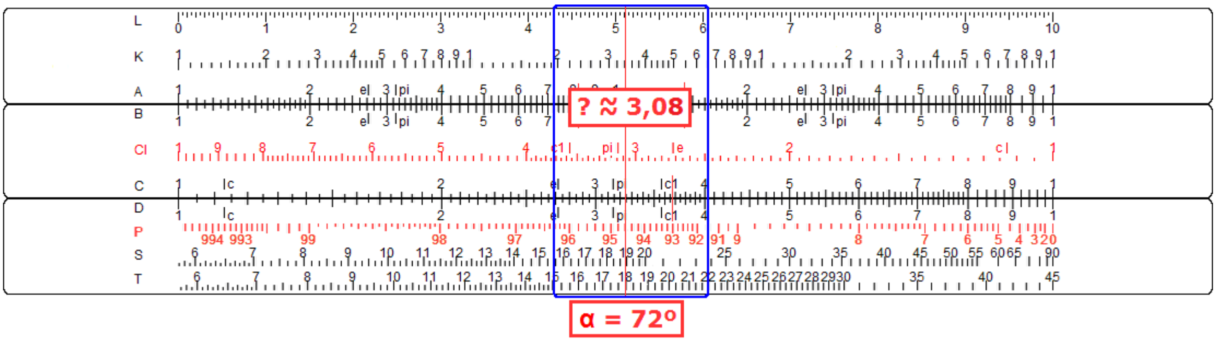
Ejemplo 1: TANGENTE CON ÁNGULO INFERIOR O IGUAL A 45°. Hallar la tangente de 36°.

tan (α) = ? **? ≈ 0,726 (0,7265)**.



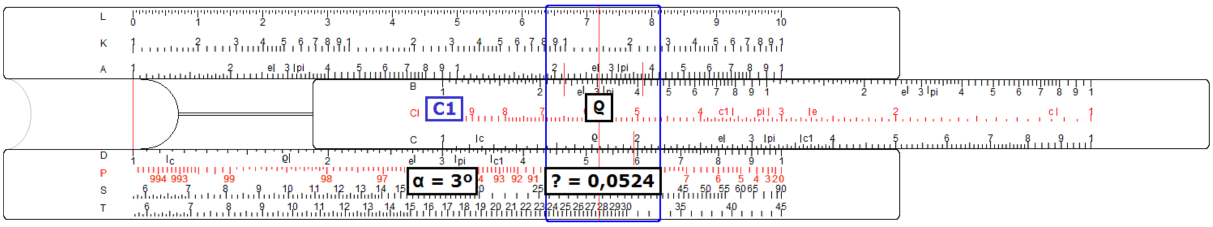
Ejemplo 2: TANGENTE CON ÁNGULO SUPERIOR O IGUAL A 45°. Hallar la tangente de 72°.

tan (α) = ?   **? ≈ 3,08 (3,0777)**.



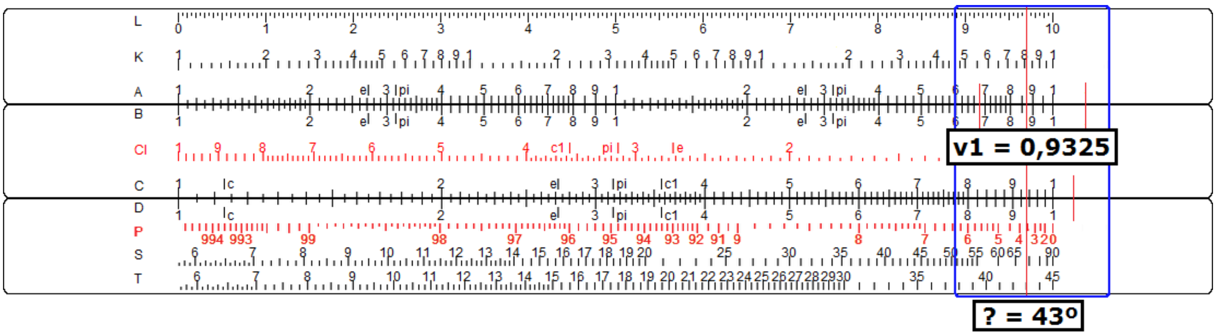
Ejemplo 3: ÁNGULO INFERIOR A 5,8°. Hallar la tangente de 3°.

tan (α) = ?   **? = 0,0524**.



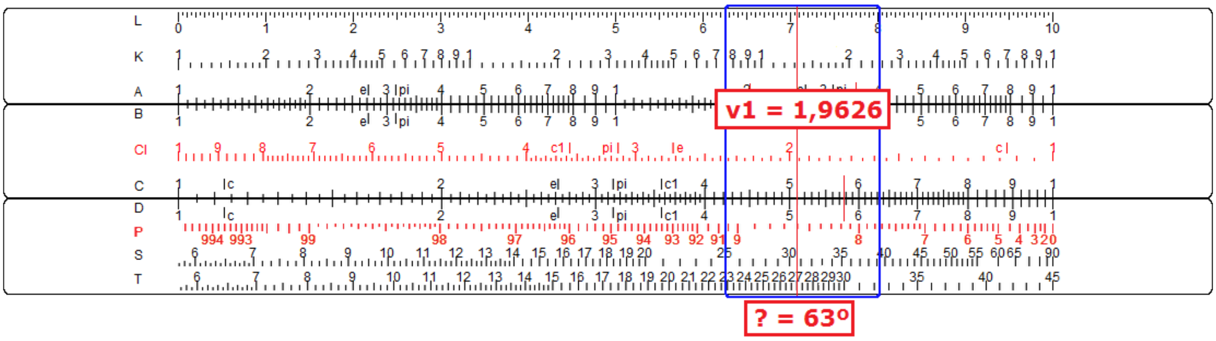
Ejemplo 4.1: ARCOTANGENTE Y VALOR INFERIOR O IGUAL A 1. Hallar el ángulo cuya tangente es 0,9325.

arctan (α) = ?   **? = 43°**.



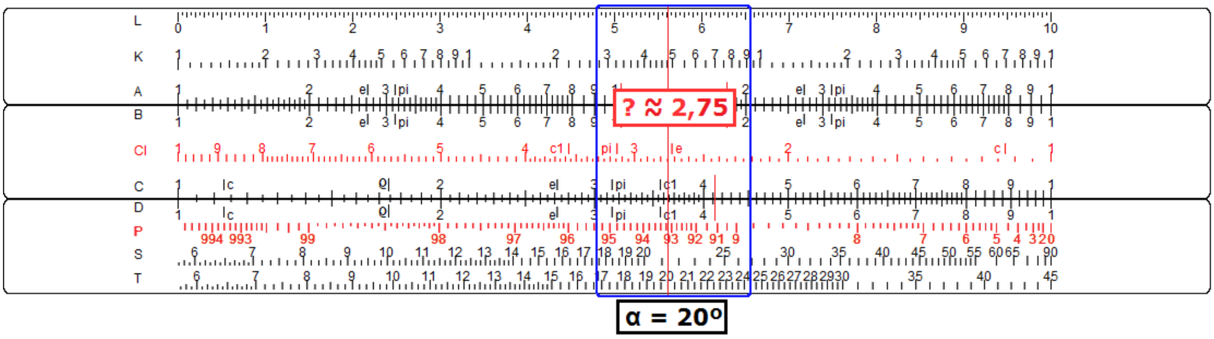
Ejemplo 4.2: ARCOTANGENTE Y VALOR SUPERIOR O IGUAL A 1. Hallar el ángulo cuya tangente es 1,9626.

arctan (α) = ? **? = 63º**.



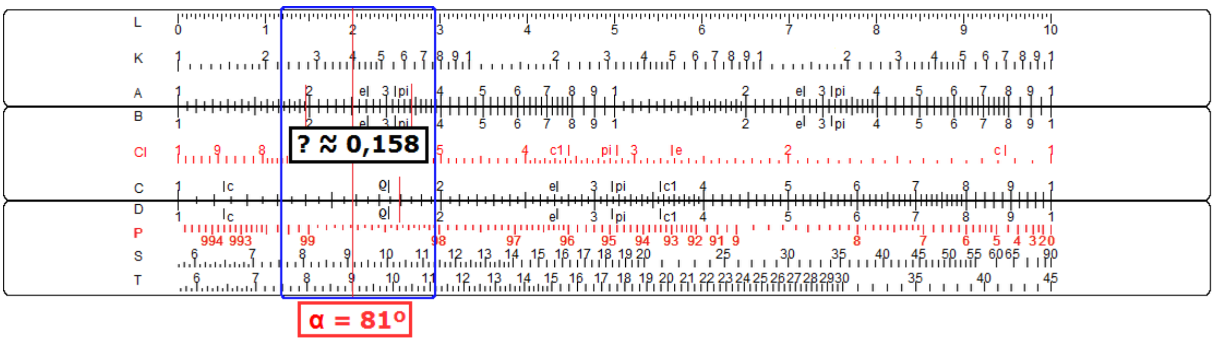
Ejemplo 5.1: COTANGENTE CON ÁNGULO INFERIOR O IGUAL A 45°. Hallar la cotangente para un ángulo de 20°.

$$\cot(\alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)} = ?$$ **? ≈ 2,75 (2,7475)**.



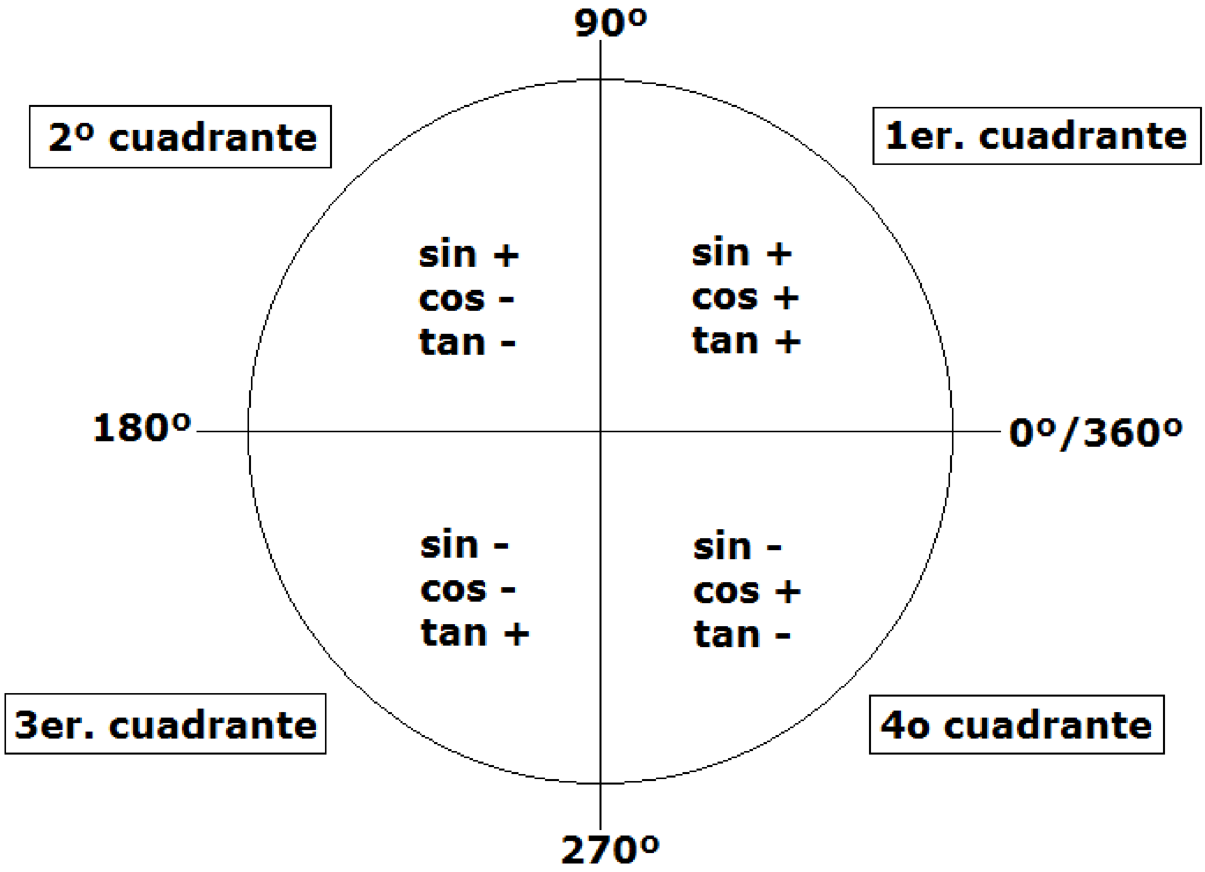
Ejemplo 5.1: COTANGENTE CON ÁNGULO SUPERIOR O IGUAL A 45°. Hallar la cotangente para un ángulo de 81°.

$$\cot(\alpha) = \frac{1}{\tan(\alpha)} = ?$$ **? ≈ 0,158 (0,1584)**.



ESCALAS TRIGONOMÉTRICAS (4). CUADRANTES.

- El signo del resultado que obtengamos cuando hallemos el seno, coseno, tangente, secante, cosecante y cotangente, dependerá del cuadrante donde se ubique el ángulo. Ver gráfico:



- Para ángulos mayores o iguales a 91° y menores o iguales a 180°:

$$\textbf{ángulo} = 180 - \alpha.$$

- Para ángulos mayores o iguales a 181° y menores o iguales a 270°:

$$\textbf{ángulo} = 270 - \alpha.$$

- Para ángulos mayores o iguales a 271° y menores o iguales a 360°:

$$\textbf{ángulo} = 360 - \alpha.$$

- Así, por ejemplo, el seno de 45° y el de 225° y la secante de 45° y 225°, serán las mismas, pero por encontrarse en cuadrantes diferentes, lo único que cambiará será su signo:

sin (45°) = 0,7071 // sin (225°) = – 0,7071.
sec (45°) = 1,4142 // sec (225°) = – 1,4142.

CONVERSIÓN DE GRADOS A RADIANES (° → rad)

- Podemos convertir ***grados centesimales*** a ***radianes*** de la siguiente forma:

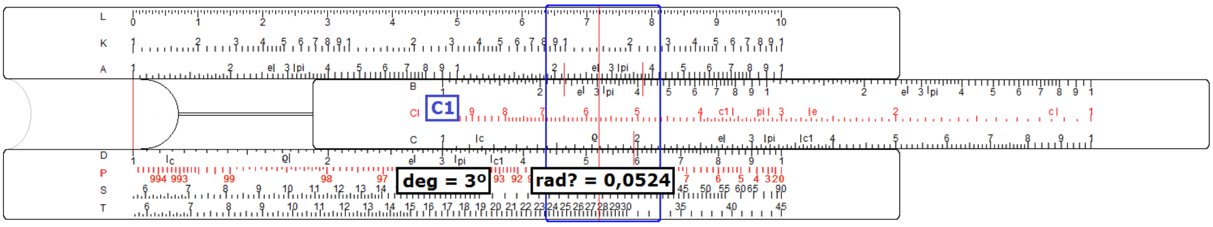
  1. Movemos la reglilla para poner **C1** o **C10** encima de los grados centesimales escogidos (°) en la escala **D**.
  2. Movemos el cursor hasta el símbolo ϱ de la escala **C** y leemos bajo este el resultado en radianes (**rad**) en la escala **D**.

Ejemplo 1: Convertir 3° en radianes.

$$\text{rad} = \text{grados centesimales } (^\circ) \cdot \frac{\pi}{180} = ?$$

rad? = 0,0524.

Pasos 1 y 2.

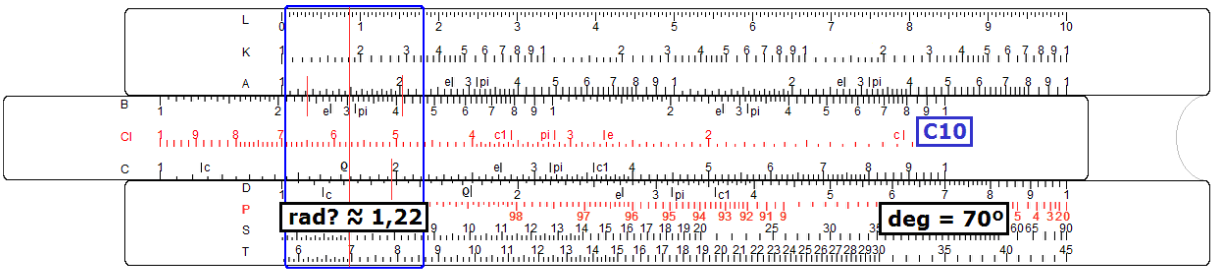


Ejemplo 2: Convertir 70° en radianes.

$$\text{rad} = \text{grados centesimales } (^\circ) \cdot \frac{\pi}{180} = ?$$

rad? ≈ 1,22 (1,2217).

Pasos 1 y 2.



CONVERSIÓN DE RADIANES A GRADOS (rad → °)

- Podemos convertir ***radianes*** a ***grados centesimales*** de la siguiente forma:

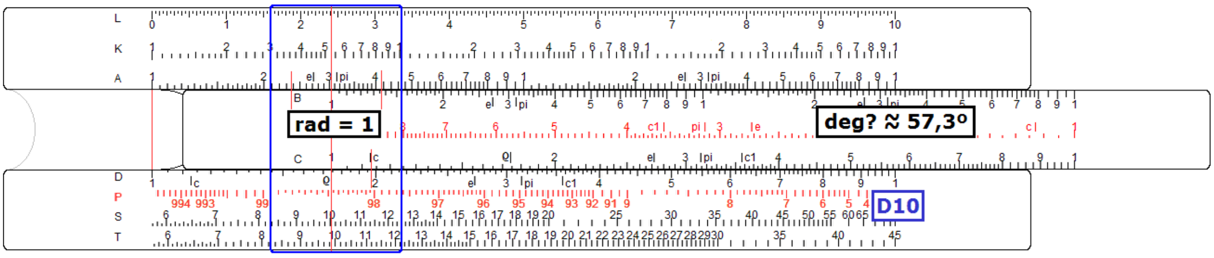
  1. Movemos el cursor y lo situamos encima del símbolo **ϱ** de la escala **D**.
  2. Movemos la reglilla para poner los radianes escogidos (**rad**) en la escala **C**, debajo del cursor.
  3. Leemos el resultado en grados centesimales (**°**) en la escala **C**, encima de **D1** o **D10**.

Ejemplo 1: Convertir 1 radian en grados centesimales.

$$deg = radianes\ (rad) \cdot \frac{180}{\pi} = ?$$

deg? ≈ 57,3° (57,2958).

Pasos 1, 2 y 3.

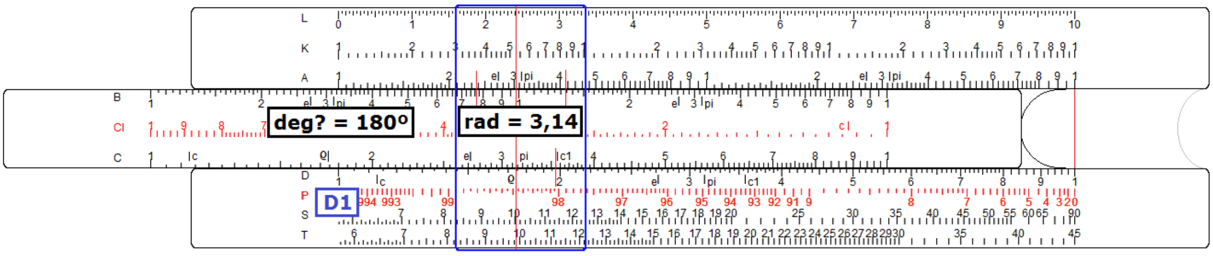


Ejemplo 2: Convertir 3,14 radianes (π) en grados centesimales.

$$deg = radianes\ (rad) \cdot \frac{180}{\pi} = ?$$

deg? = 180°.

Pasos 1, 2 y 3.



LOGARITMOS DECIMALES (log a) o ($\log_{10}$ a)

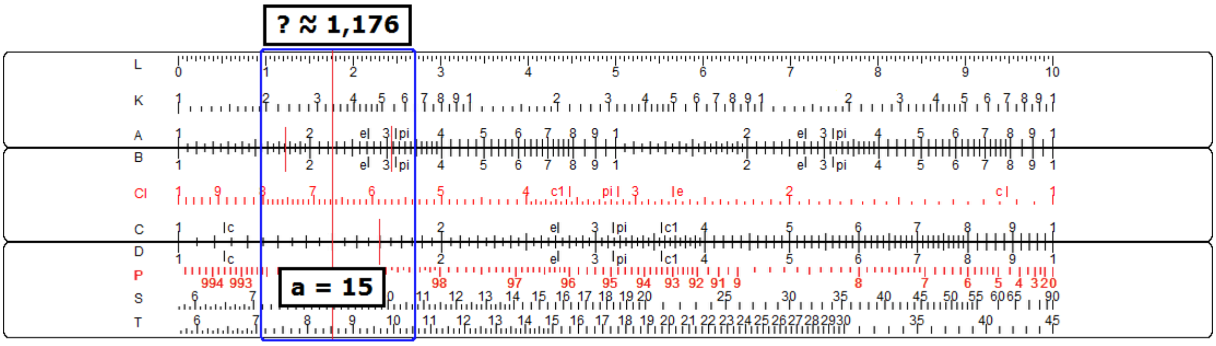
- Podemos utilizar la regla y la reglilla alineadas. Si no es así, los valores y los resultados los buscaremos en las escalas fijas de la regla (**D** y **L**).

  1. Movemos el cursor hasta situar debajo el número **a** en la escala **C** o **D**.

  2. Leemos el resultado, bajo el cursor, en la escala **L**. Lo que obtenemos es la mantisa. Deberemos añadir nosotros la característica del logaritmo.

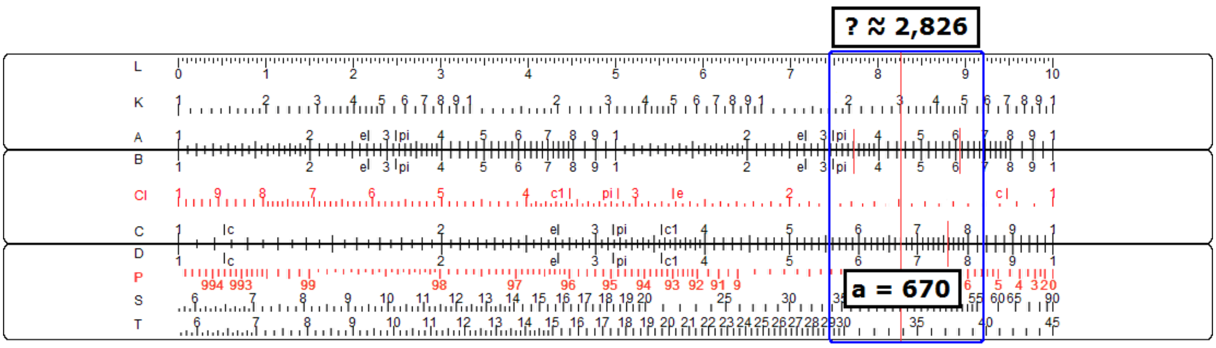
Ejemplo 1: a = 15.

log (a) = ?   **? ≈ 1,176 (1,1761)**.



Ejemplo 2: a = 670.

log (a) = ?   **? ≈ 2,826 (2,8261)**.



ANTILOGARITMOS DECIMALES (10^a)

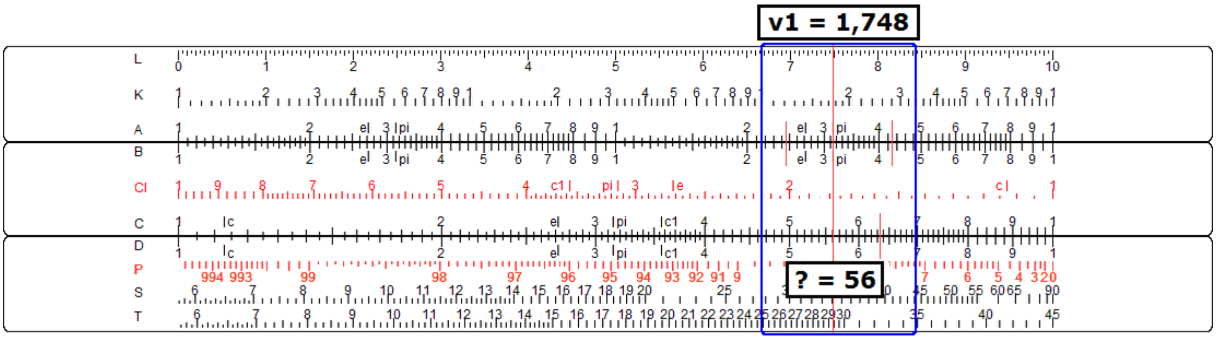
- Podemos utilizar la regla y la reglilla alineadas. Si no es así, los valores y los resultados los buscaremos en las escalas fijas de la regla (**D** y **L**).

  1. Movemos el cursor hasta situar debajo el número **a** en la escala **L** (mantisa).

  2. Leemos el resultado, bajo el cursor, en la escala **C** o **D** (tener en cuenta en el resultado la característica).

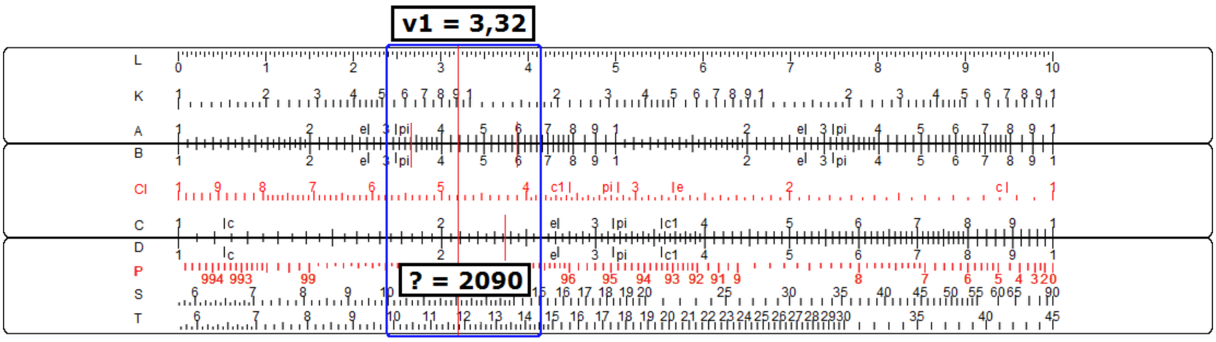
Ejemplo1: Hallar el antilogaritmo de 1,748.

10^a = ? **? = 56**.



Ejemplo 2: hallar el antilogaritmo de 3,32.

10^a = ? **? = 2090**.



COLOGARITMOS DECIMALES (colog a) o (log (1 / a))

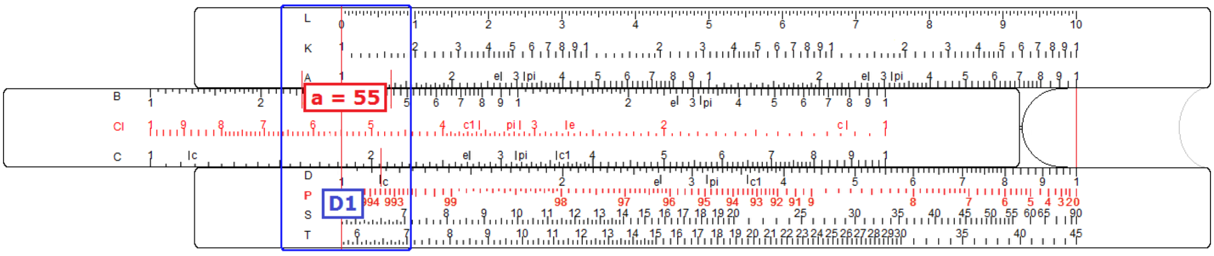
1. Movemos el cursor y lo ponemos encima de **D1**.
2. Movemos la reglilla hasta situar el número **a** de la escala **CI** debajo del cursor.
3. Movemos el cursor hasta **C10** y leemos el resultado, bajo el cursor, en la escala **L** (tener en cuenta la característica en el resultado y el signo de este).

Ejemplo: Hallar el cologaritmo de 55.

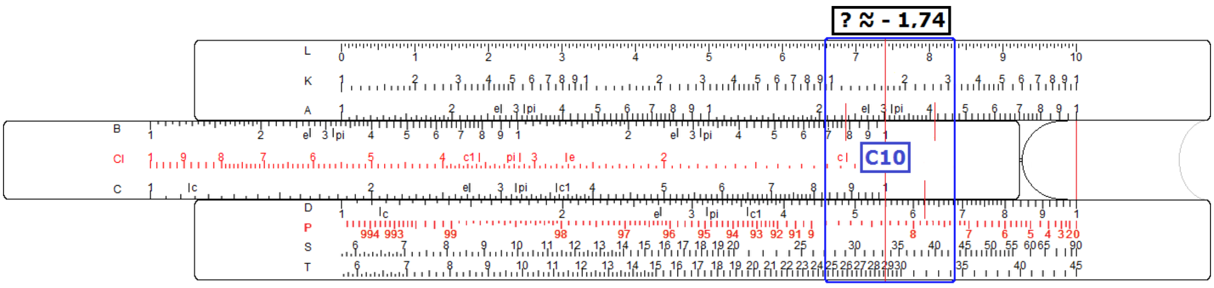
$$\text{colog } a = \log\left(\frac{1}{a}\right) = -\log a = ?$$

? ≈ – 1,74 (– 1,7404).

Pasos 1 y 2.



Paso 3.



LOGARITMOS DE BASE CUALQUIERA ($\log_n a$)

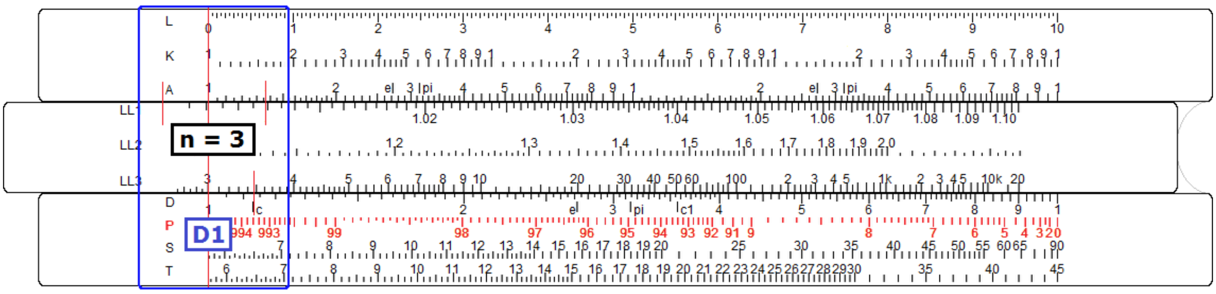
- **Sacamos la reglilla y le damos la vuelta**. Lo importante es que en el anverso de la regla tengamos las escalas **LL1**, **LL2**, **LL3** y **D**.

  1. Movemos la reglilla hasta poner la base **n** de la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** encima de **D1** o **D10** (si es necesario podemos ayudarnos del cursor).
  2. Movemos el cursor hasta el número **a** en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** y leemos el resultado bajo el cursor en la escala **D**.

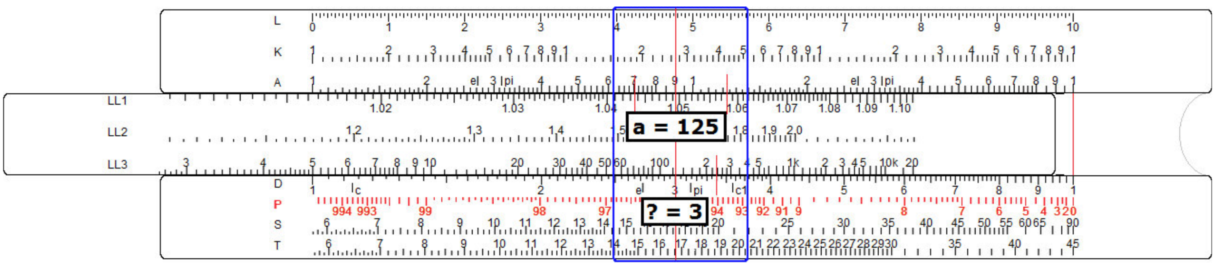
Ejemplo: a = 125, n = 5.

$$\log_n a = \frac{\ln(a)}{\ln(n)} = ? \qquad \mathbf{? = 3}.$$

Paso 1. Sacamos la reglilla y le damos la vuelta.



Paso 2.



ANTILOGARITMOS DE BASE CUALQUIERA (antilog$_n$ a = b)

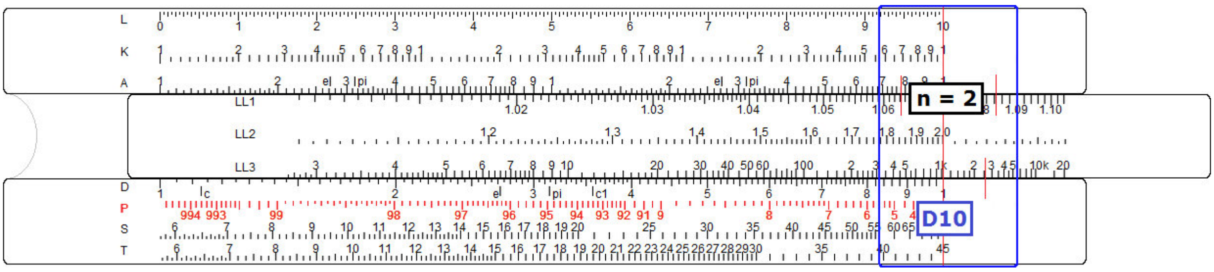
- **Sacamos la reglilla y le damos la vuelta**. Lo importante es que en el anverso de la regla tengamos las escalas **LL1**, **LL2**, **LL3** y **D**.

  1. Movemos el cursor y lo ponemos encima de **D1** o **D10** según convenga.
  2. Movemos la reglilla hasta poner la base **n** de la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** debajo del cursor, alineado con **D1** o **D10**.
  3. Movemos el cursor hasta el número **b** en la escala **D** y leemos el resultado bajo el cursor en la escala **LL1, LL2** o **LL3**.

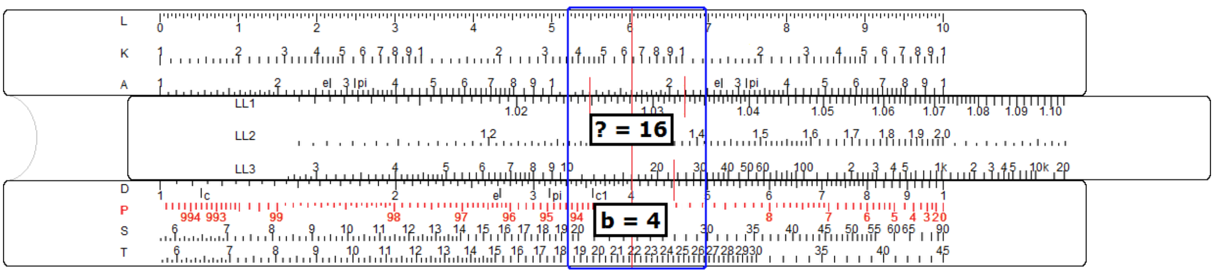
Ejemplo: Sabiendo que el exponente (b) de un logaritmo es 4 y que la base (n) es 2. Hallar el valor del argumento (a).

antilog$_n$ (?) = b **? = 16**.

Pasos 1 y 2. Sacamos la reglilla y le damos la vuelta.



Paso 3.



COLOGARITMOS DE BASE CUALQUIERA (colog_n a) o ($\log_n$ (1 / a))

- **Sacamos la reglilla y le damos la vuelta**. Lo importante es que en el anverso de la regla tengamos las escalas **LL1**, **LL2**, **LL3** y **D**.

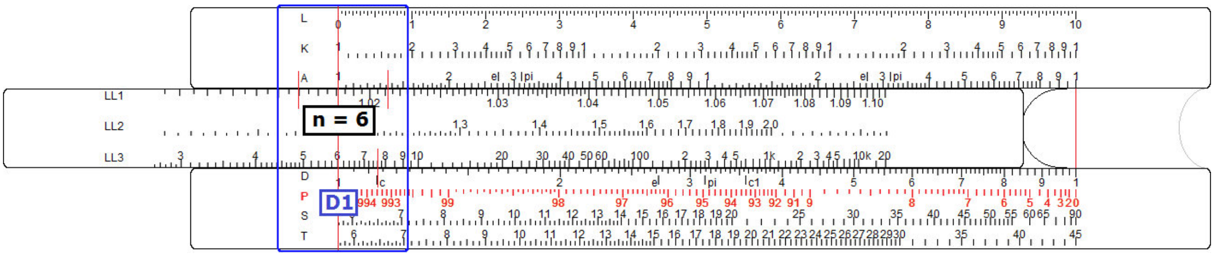
  1. Movemos la reglilla hasta poner la base **n** de la escala **LL1**, **LL2** o **LL3** alineada con **D1** o **D10** (si es necesario, podemos ayudarnos con el cursor).

  2. Movemos el cursor hasta el número **a** en la escala **LL1, LL2** o **LL3** y leemos el resultado bajo el cursor en la escala **D** (tener en cuenta la característica de este y su signo).

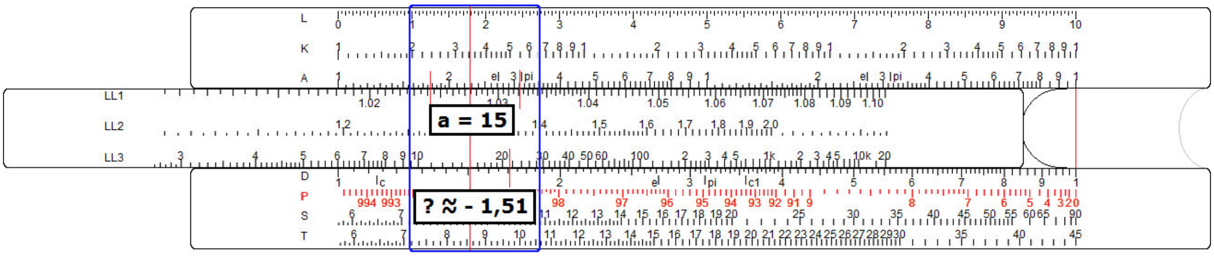
Ejemplo: Hallar el cologaritmo de 15 (a) en base 6 (n).

$\text{colog}_n\ a = \log_n\left(\frac{1}{a}\right) = -\log_n a = ?$ **? ≈ – 1,51 (– 1,5114)**.

Paso 1. Sacamos la reglilla y le damos la vuelta.



Paso 2.



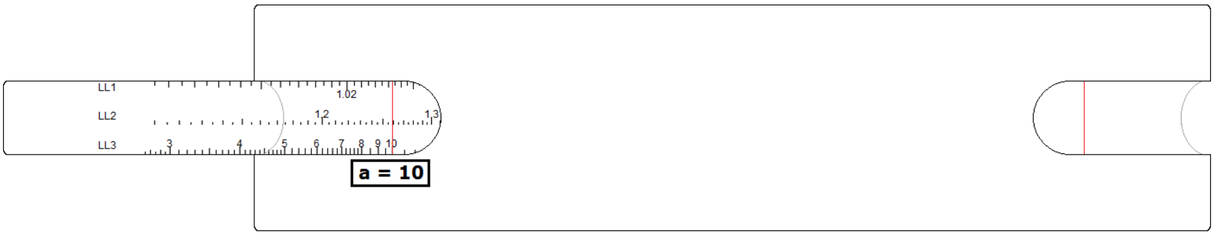
LOGARITMOS NATURALES (ln a)

1. **GIRAR LA REGLA**. Mover la reglilla hacia la derecha o la izquierda para buscar el número **a** en las escalas **LL1**, **LL2** o **LL3**, que pondremos bajo la raya de lectura.
2. **GIRAR LA REGLA**. Leer el resultado en la escala **C**, encima de **D1** o **D10** (si es necesario, podemos ayudarnos con el cursor).

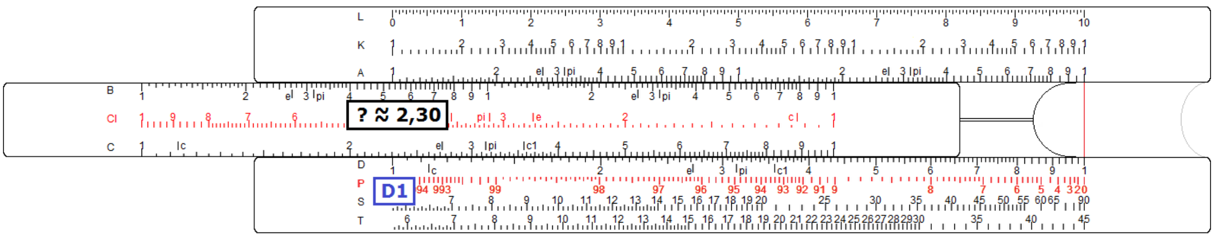
Ejemplo: a = 10.

ln (a) = ? **? ≈ 2,30 (2,3026)**.

Paso 1.



Paso 2.



POTENCIAS Y RAICES DEL NÚMERO e (e^n) ($\sqrt[n]{e}$)

POTENCIAS DEL NÚMERO e (e^n):

1. Movemos la reglilla hasta poner el exponente **n** de la escala **C** alineado con **D1** o **D10**.
2. **GIRAR LA REGLA**. Leer el resultado bajo la raya en la escala **LL1**, **LL2** o **LL3**.

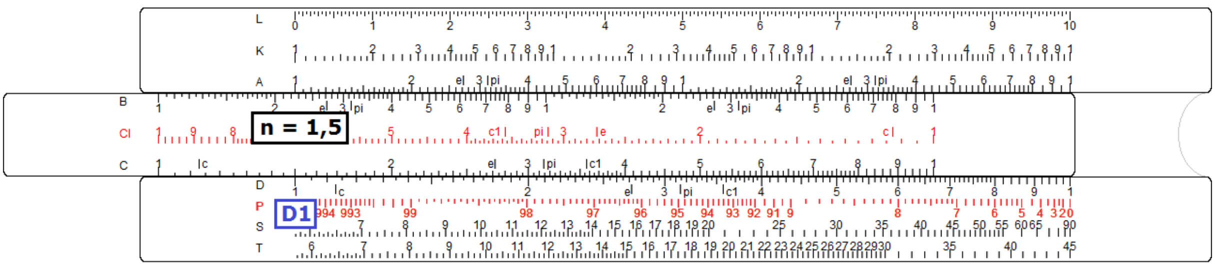
RAICES DEL NÚMERO e ($\sqrt[n]{e}$):

1. Movemos la reglilla hasta poner el exponente de la raíz **n**, en la escala **D**, alineado con **C1** o **C10** (si es necesario podemos ayudarnos del cursor).
2. **GIRAR LA REGLA**. Leer el resultado bajo la raya en la escala **LL1** o **LL2**.

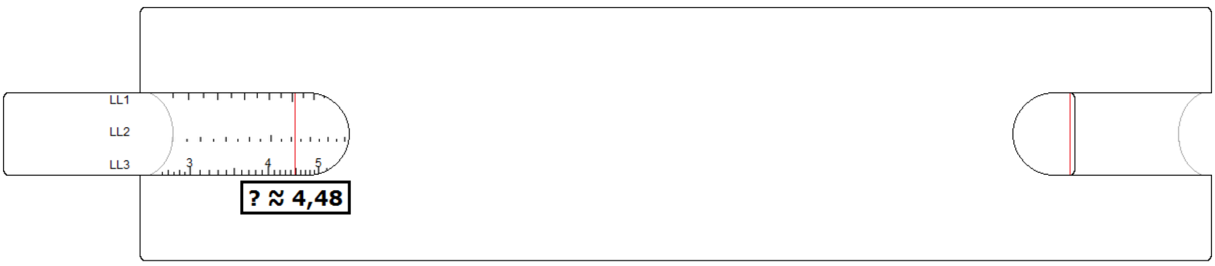
Ejemplo 1: n = 1,5.

e^n = ?   **? ≈ 4,48 (4,4817)**.

Paso 1.



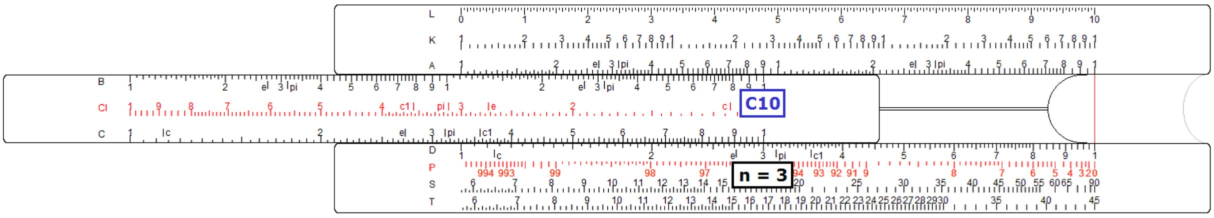
Paso 2.



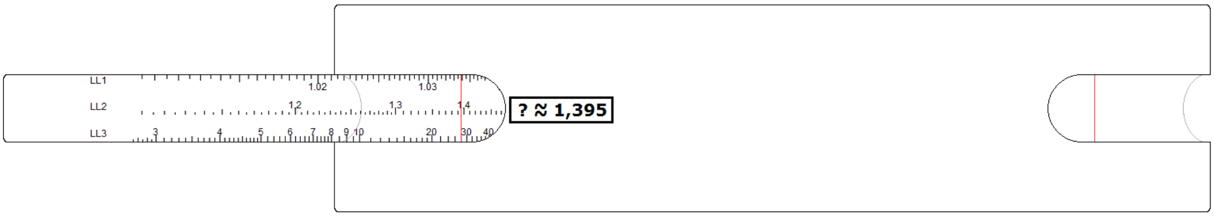
Ejemplo 2: n = 3.

$\sqrt[n]{e}$ = ? **? ≈ 1,395 (1,3956)**.

Paso 1.

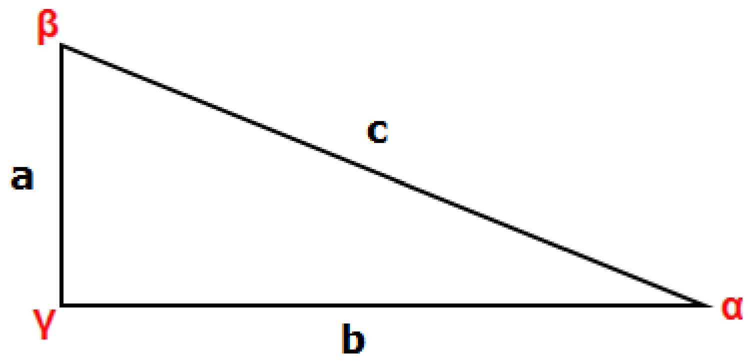


Paso 2.



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS (1).

- Partiremos del siguiente triángulo rectángulo:



HALLAR LA HIPOTENUSA CONOCIDOS LOS LADOS.

1. Si **a** < **b** ➡ **a** · (1 / **b**) = tan **α** ➡ **a** · (1 / **c**) = sin **α**

- Movemos el cursor hasta el lado **a** en la escala **D**.
- Movemos la reglilla hasta situar debajo del cursor **C1** o **C10**.
- Movemos el cursor hasta el lado **b** en la escala **CI** y leemos el resultado intermedio en los **números negros** de la escala **T**.
- Movemos el cursor hasta el resultado intermedio obtenido anteriormente en la escala **S** (**números negros**) y leemos el resultado para la hipotenusa **c**, debajo de este en la escala **CI**.

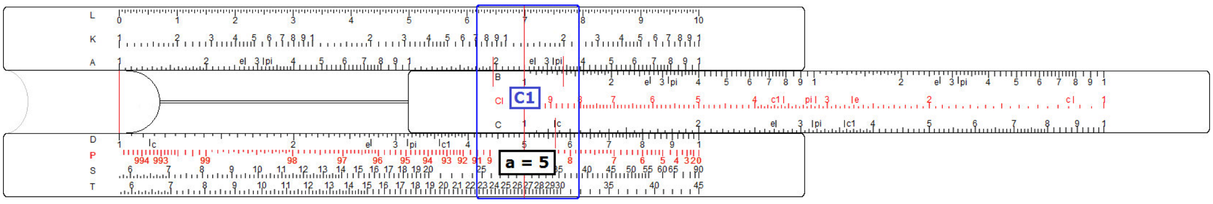
2. Si **a** > **b** ➡ **b** · (1 / **a**) = cot **α** ➡ **b** · (1 / **c**) = cos **α**

- Movemos el cursor hasta el lado **b** en la escala **D**.
- Movemos la reglilla hasta situar debajo del cursor **C1** o **C10**.
- Movemos el cursor hasta el lado **a** en la escala **CI** y leemos el resultado intermedio en los **números rojos** de la escala **T**.
- Movemos el cursor hasta el resultado intermedio obtenido anteriormente en la escala **S** (**números rojos**) y leemos el resultado para la hipotenusa **c**, debajo de este en la escala **CI**.

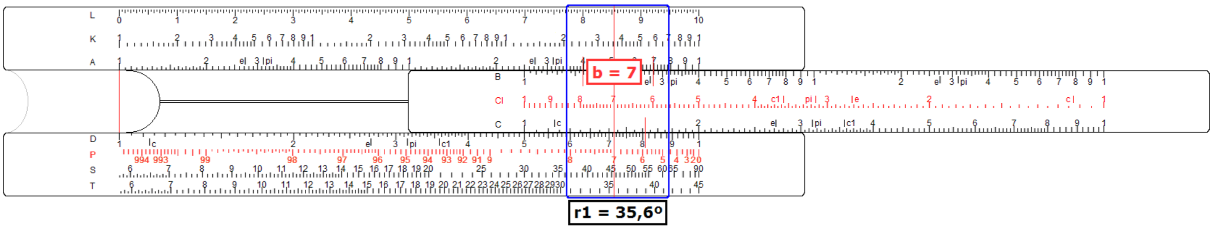
Ejemplo 1: a = 5, b = 7.

$\sqrt{a^2 + b^2} = ?$ **? ≈ 8,6 (8,6023)**.

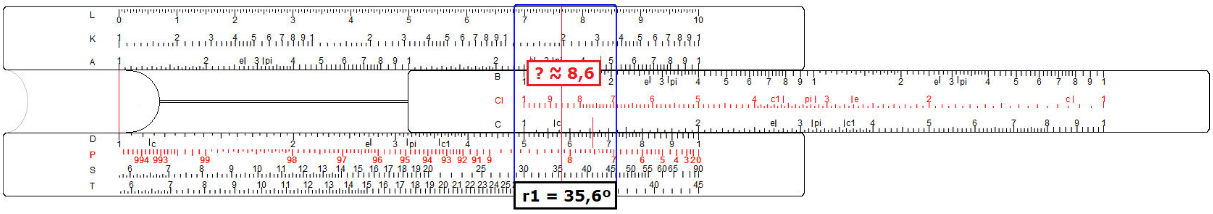
Pasos 1 y 2.



Paso 3.



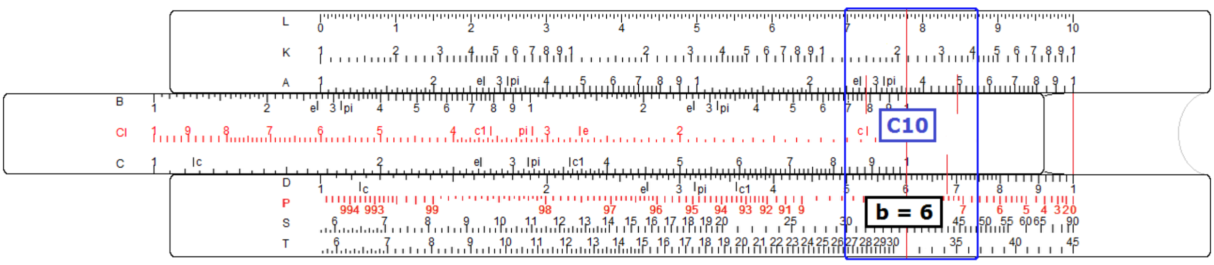
Paso 4.



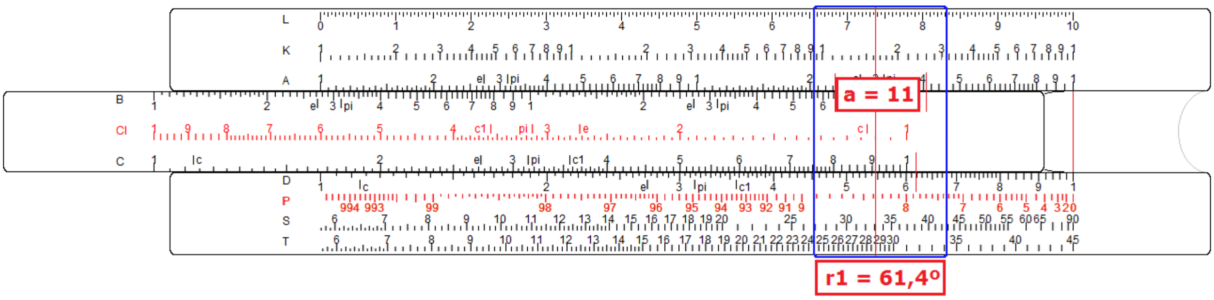
Ejemplo 2: a = 11, b = 6.

$\sqrt{a^2 + b^2} = ?$ **? ≈ 12,5 (12,53)**.

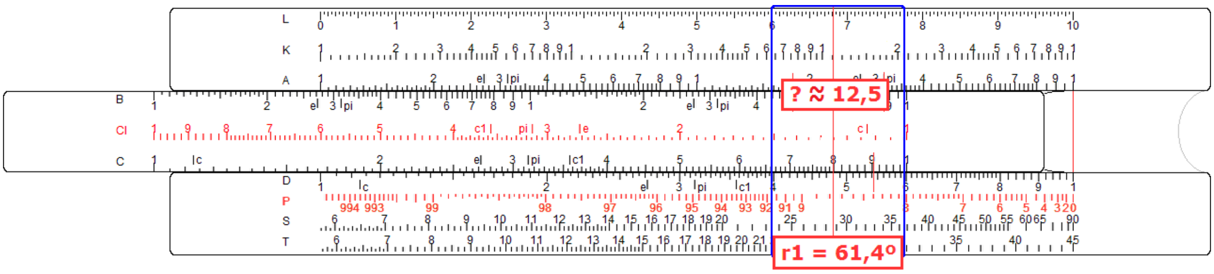
Pasos 1 y 2.



Paso 3.

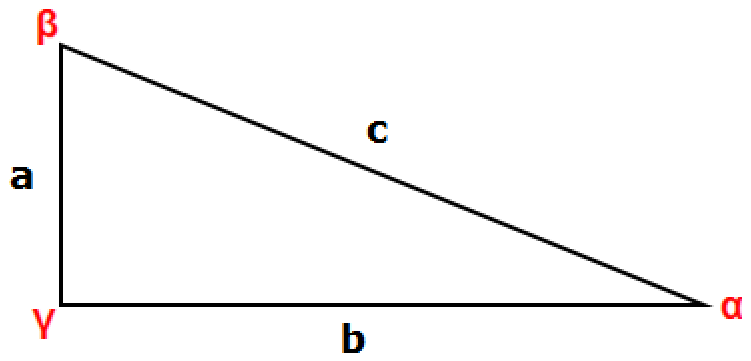


Paso 4.



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS (2).

- Partiremos del siguiente triángulo rectángulo:



HALLAR LOS LADOS CONOCIDA LA HIPOTENUSA Y UN ÁNGULO.

1. **a** = **c** · sin **α** **/** **b** = **c** · cos **α**

- Mover la reglilla hasta colocar la hipotenusa **c** en la escala **C**, encima de **D1** o **D10**.
- Mover el cursor hasta el ángulo **α** en la escala **S** (**números negros**) y leer debajo de este el resultado para el lado **a** en la escala **C**.
- Leer debajo del cursor el resultado intermedio obtenido en la escala **P**.
- Mover el cursor hasta el valor intermedio leído anteriormente en la escala **D**. Leer el resultado para el lado **b** en la escala **C**.

2. **a** = **c** · cos **β** **/** **b** = **c** · sin **β**

- Mover la reglilla hasta colocar la hipotenusa **c** en la escala **C**, encima de **D1** o **D10**.
- Mover el cursor hasta el ángulo **β** en la escala **S** (**números rojos**) y leer debajo de este el resultado para el lado **a** en la escala **C**.
- Leer debajo del cursor el resultado intermedio obtenido en la escala **D**.
- Mover el cursor hasta el valor intermedio leído anteriormente en la escala **P**. Leer el resultado para el lado **b** en la escala **C**.

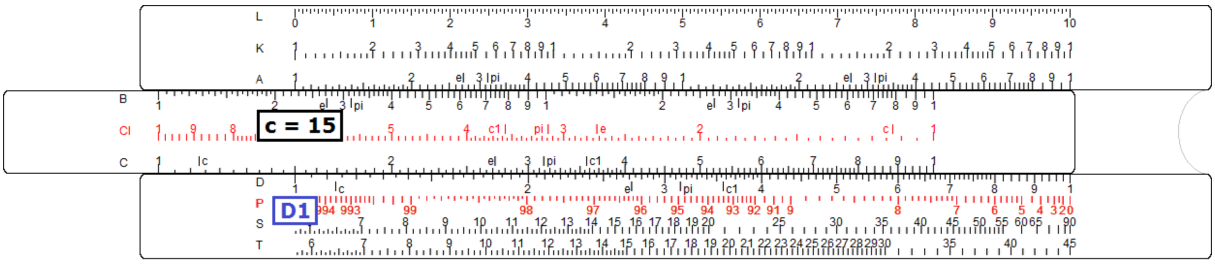
En cualquiera de los dos casos, en el último paso, si al mover el cursor al valor intermedio, este cayera fuera de la reglilla, moveremos el valor del lado **c** en la escala **C** y lo pondremos encima de **D1** o **D10**, luego moveremos el cursor al valor intermedio.

Ejemplo 1: c = 15, α = 37º.

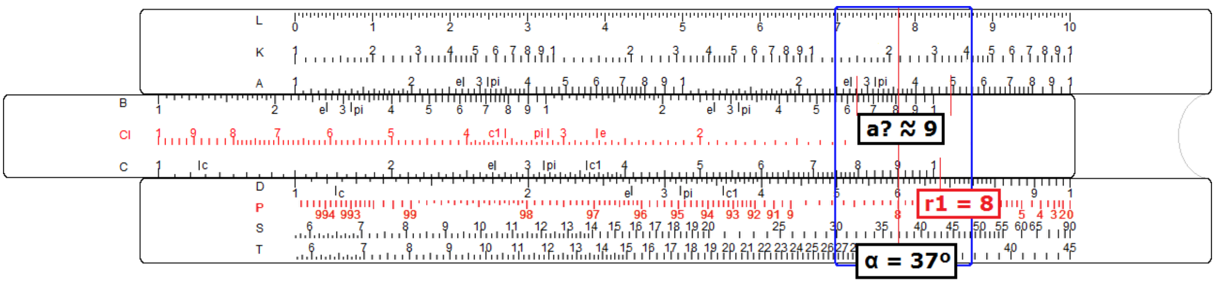
a? = c · sin (α) **/** b? = c · cos (α)

a? ≈ 9 (9,02) / b? ≈ 12 (11,9795).

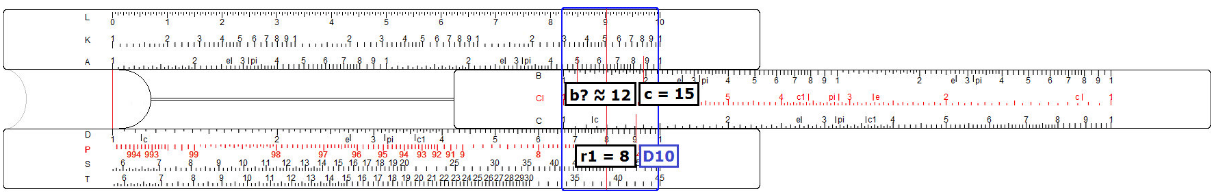
Paso 1.



Pasos 2 y 3.



Paso 4. Como el valor intermedio obtenido anteriormente nos queda fuera de la reglilla, movemos esta, hasta poner el valor del lado **c** en la escala **C**, encima de **D10**.

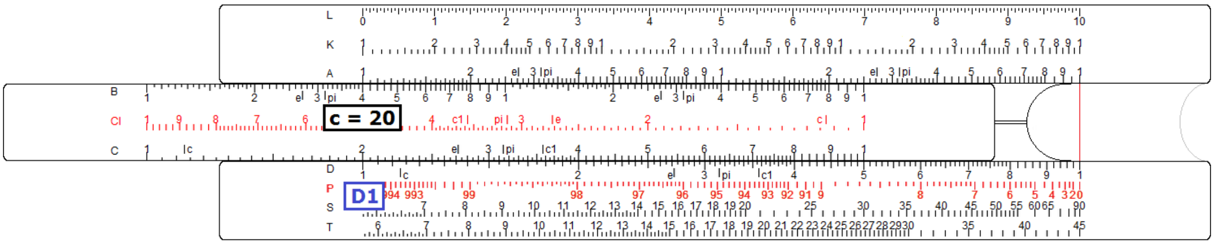


Ejemplo 2: c = 20, β = 65°

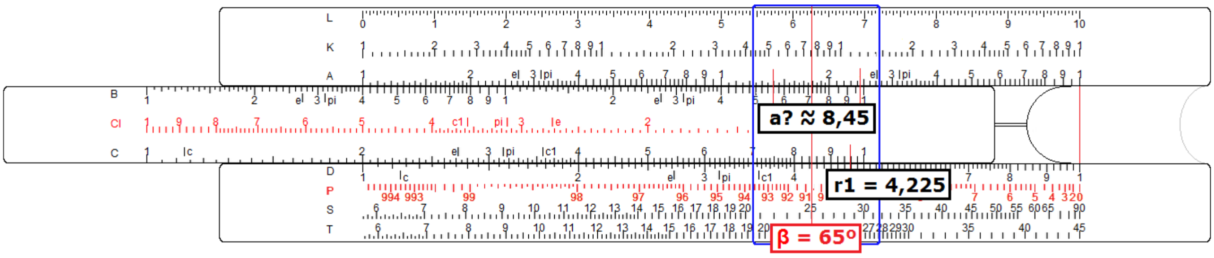
a? = c · cos (β) **/** b? = c · sin (β)

a? ≈ 8,45 (8,4524) / b? ≈ 18,1 (18,1262).

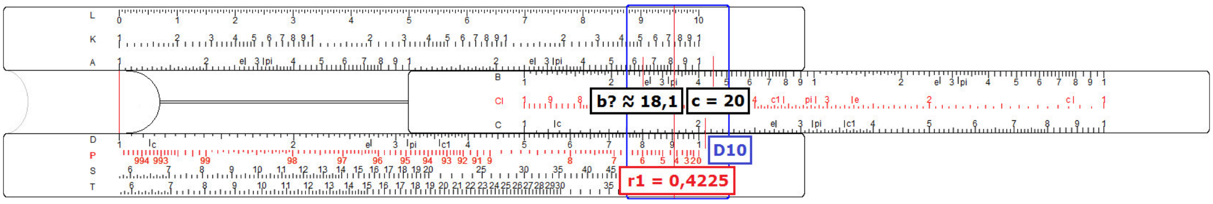
Paso 1.



Pasos 2 y 3.

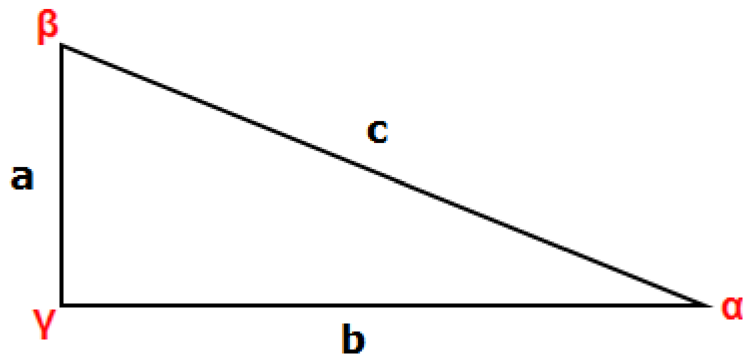


Paso 4. Como el valor intermedio obtenido anteriormente nos queda fuera de la reglilla, movemos esta, hasta poner el valor del lado **c** en la escala **C**, encima de **D10**.



RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS (3).

- Partiremos del siguiente triángulo rectángulo:



HALLAR EL LADO a Y EL ÁNGULO α CONOCIDA LA HIPOTENUSA c Y EL LADO b o HALLAR EL LADO b Y EL ÁNGULO β CONOCIDA LA HIPOTENUSA c Y EL LADO a.

- Movemos la reglilla y ponemos la hipotenusa **c** de la escala **C**, encima de **D1** o **D10**.
- Movemos el cursor hasta poner debajo el lado **a** o **b** en la escala **C**.
- Leemos en la escala **S** (**números rojos**), el resultado del valor para el ángulo **α** o **β** y a la vez leemos el valor intermedio en la escala **P**.
- Movemos el cursor en la escala **D** hasta el valor intermedio obtenido anteriormente y leemos debajo de este el resultado del valor para el lado **a** en la escala **C**.

HALLAR EL LADO a Y EL ÁNGULO β CONOCIDA LA HIPOTENUSA c Y EL LADO b o HALLAR EL LADO b Y EL ÁNGULO α CONOCIDA LA HIPOTENUSA c Y EL LADO a.

- Movemos la reglilla y ponemos la hipotenusa **c** de la escala **C**, encima de **D1** o **D10**.
- Movemos el cursor hasta poner debajo el lado **a** o **b** en la escala **C**.
- Leemos en la escala **S** (**números negros**), el resultado del valor para el ángulo **α** o **β** y a la vez leemos el valor intermedio en la escala **P**.
- Movemos el cursor en la escala **D** hasta el valor intermedio obtenido anteriormente y leemos debajo de este el resultado del valor para el lado **a** en la escala **C**.

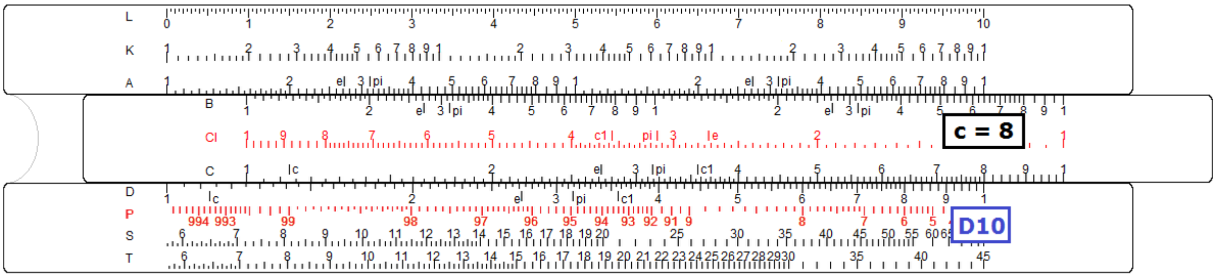
En el último paso, en ambos casos, si al mover el cursor al valor intermedio, este cayera fuera de la reglilla, moveremos el valor del lado **c** en la escala **C** y lo pondremos encima de **D1** o **D10**, luego moveremos el cursor al valor intermedio.

Ejemplo 1: b = 5, c = 8. Hallar el lado a y el ángulo α.

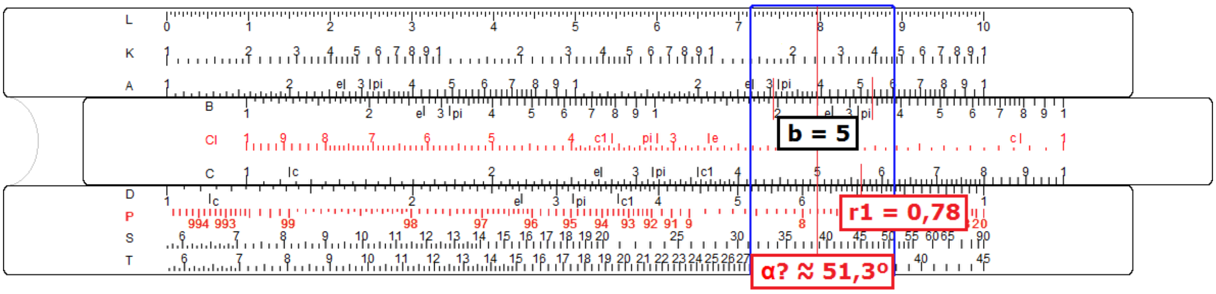
α? = arccos (b / c) / a? = $\sqrt{c^2 - b^2}$

α? ≈ 51,3° (51,3178) / a? ≈ 6,24 (6,245).

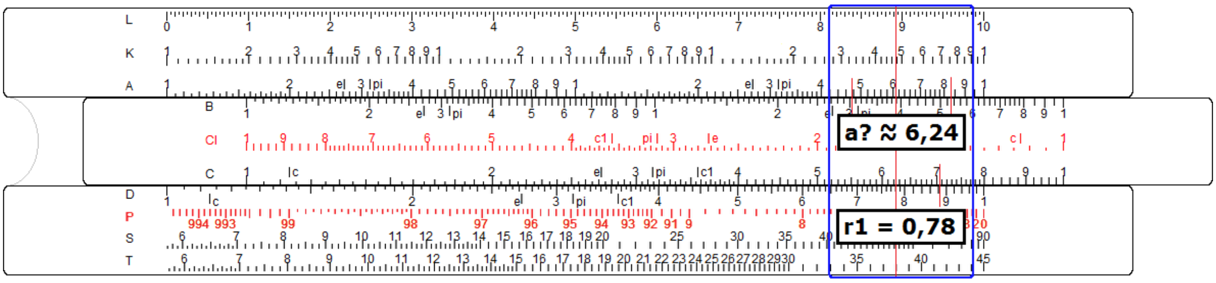
Paso 1.



Pasos 2 y 3.



Paso 4.

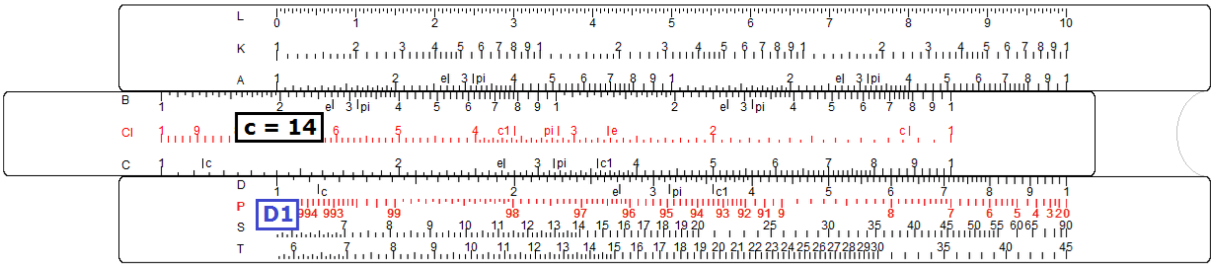


Ejemplo 2: a = 6, c = 14. Hallar el lado b y el ángulo α.

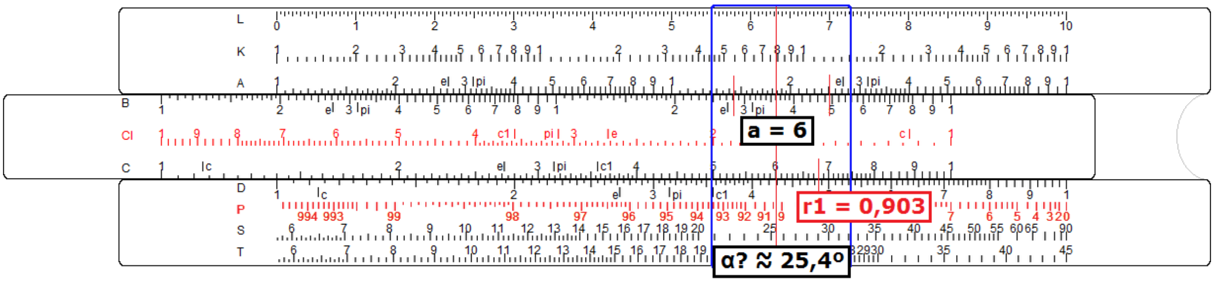
α? = arcsin (a / c)   /   b? = $\sqrt{c^2 - a^2}$

α? ≈ 25,4° (25,3769)   /   b? ≈ 12,65 (12,6491).

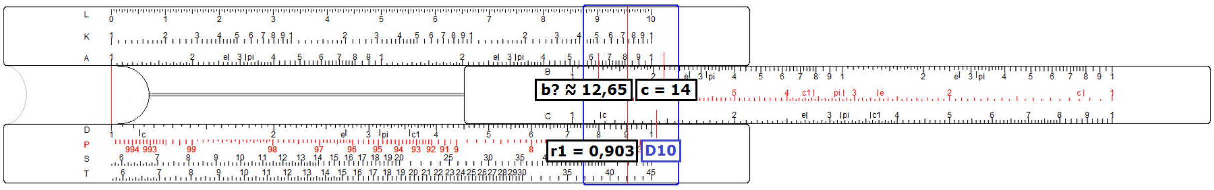
Paso 1.



Pasos 2 y 3.



Paso 4. Como el valor intermedio obtenido anteriormente nos queda fuera de la reglilla, movemos esta, hasta poner el valor del lado **c** en la escala **C**, encima de **D10**.



ECUACIONES DE 2º GRADO (1).

DETERMINAR EL TIPO DE ECUACIÓN.

- Lo primero que hemos de determinar es si la ecuación tendrá soluciones reales o imaginarias. Sólo las ecuaciones que cumplan alguna condición de la tabla, podrán ser ecuaciones con soluciones imaginarias. Se incluye el signo del primer término:

a	b	c	1er TÉRMINO
< 0	< 0	< 0	**Negativo.**
< 0	> 0	< 0	**Positivo.**
> 0	< 0	> 0	**Positivo.**
> 0	> 0	> 0	**Negativo.**

Tabla 1

- Si cumple alguna de estas condiciones, empezaremos realizando estos pasos: suponiendo la ecuación $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$.

  1. Mover la reglilla hasta que **C2** se sitúe encima del valor **b** en la escala **D**.
  2. Mover el cursor hasta **C1** o **C10** y leer el valor en la escala **A**. Si en valor de la escala **A** es menor que el valor **c**, las soluciones de la ecuación son imaginarias.
  3. Si la ecuación tiene soluciones imaginarias, la resolveremos mediante el método ***SOLUCIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS***, sino, la resolveremos mediante el método ***SOLUCIONES CON NÚMEROS REALES***.

SOLUCIONES CON NÚMEROS COMPLEJOS.

- Para resolver este tipo de ecuaciones, tendremos que utilizar las fórmulas:

  1. Al valor que se toma de la escala **A** encima de **B1** le llamaremos **y**. Este valor viene de $\mathbf{y = (b / 2)^2}$.
  2. Al valor que se toma de la escala **D** debajo de **C1** le llamaremos **z**. Este valor viene de $\mathbf{z = b / 2}$.
  3. La fórmulas a aplicar:

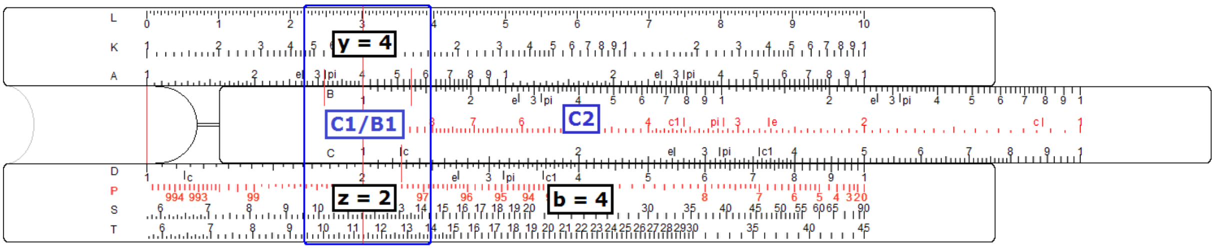
$$\text{solución1} = -z + \left(\sqrt{|y - c|}\right) \cdot i$$

$$\text{solución2} = -z - \left(\sqrt{|y - c|}\right) \cdot i$$

Ejemplo: $-x^2 + 4x - 7 = 0$.

$x_1 = 2 + 1,73i$ / $x_2 = 2 - 1,73i$.

Paso 1. Comprobamos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que cumple uno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**).



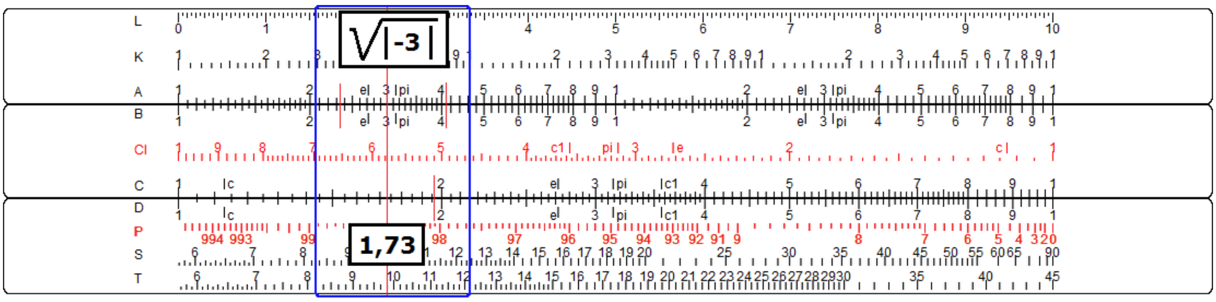
Vemos que **y < c**, por lo que deducimos que esta ecuación tendrá soluciones imaginarias que resolveremos con números complejos.

Paso 2. Resolviendo la ecuación.

$x_1 = -z + (\sqrt{|y - c|}) \cdot i$

$x_1 = -2 + (\sqrt{|4 - 7|}) \cdot i$

$x_1 = -2 + (\sqrt{|-3|}) \cdot i$



Se calcula el valor absoluto del radicando.

Se cumple que **a < 0**, **b > 0**, **c < 0** (ver **Tabla 1**). Por lo tanto el signo del primer término será positivo.

x_1: 2 + 1,73i.
x_2: 2 − 1,73i.

ECUACIONES DE 2º GRADO (2).

SOLUCIONES CON NÚMEROS REALES.

- Comprobaremos primeramente si la ecuación tiene una o dos soluciones:

  1. Movemos la reglilla hasta que **C2** se sitúe encima del valor **b** en la escala **D**.
  2. Movemos el cursor hasta **C1** y leemos el valor en la escala **A**. Si el valor de la escala **A** es igual que el valor **c**, la ecuación tiene una sola solución (en realidad tiene dos, pero son iguales). La solución esta en la escala **D**, debajo de **C1**.

- Si no se cumple esta regla, tenemos una ecuación con dos soluciones diferentes. Para resolverla procederemos de la siguiente manera:

SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES POSITIVO:

1. Movemos la reglilla hasta que **C1** o **C10** se sitúen encima del valor **c** en la escala **D**.
2. Movemos el cursor hasta que el valor de la escala **CI** y de la escala **D** sumen el valor **b**. Estas son las dos soluciones de la ecuación.

SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES NEGATIVO:

1. Movemos la reglilla hasta que **C1** o **C10** se sitúen encima del valor **c** en la escala **D**.
2. Movemos el cursor hasta encontrar un valor de la escala **CI** y otro en la escala **D** cuya diferencia sea el valor **b**. Estas son las dos soluciones de la ecuación.

- Para saber que signo tendrá cada solución, aplicaremos las reglas de la siguiente tabla:

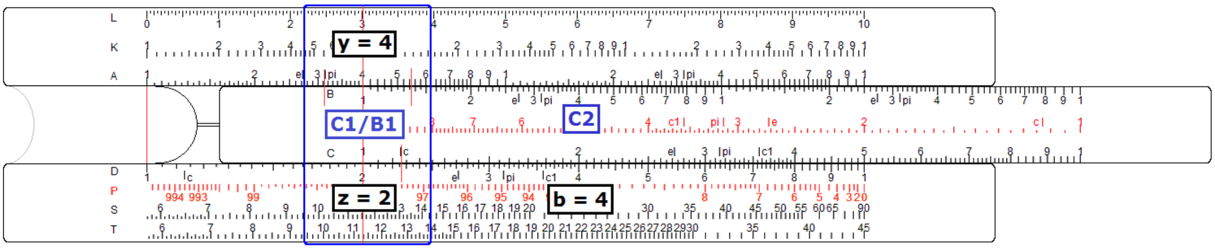
b	c	SOLUCIÓN1	SOLUCIÓN2
> 0	> 0	**Negativa.**	**Negativa.**
< 0	> 0	**Positiva.**	**Positiva.**
> 0	< 0	Solución con mayor valor absoluto es **negativa**.	
< 0	< 0	Solución con mayor valor absoluto es **positiva**.	

Tabla 2

Ejemplo 1: $x^2 - 4x + 4 = 0$.

$x_1 = 2$ / $x_2 = 2$.

Paso 1. Comprobamos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que cumple uno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**).



Vemos que no se cumple **y < c**, por lo que deducimos que esta ecuación tendrá soluciones reales, pero además observamos que **y = c**. Por lo tanto, esta ecuación tendrá una única solución (dos soluciones iguales).

La solución será el valor de **z**.

Paso 2. Resolviendo la ecuación.

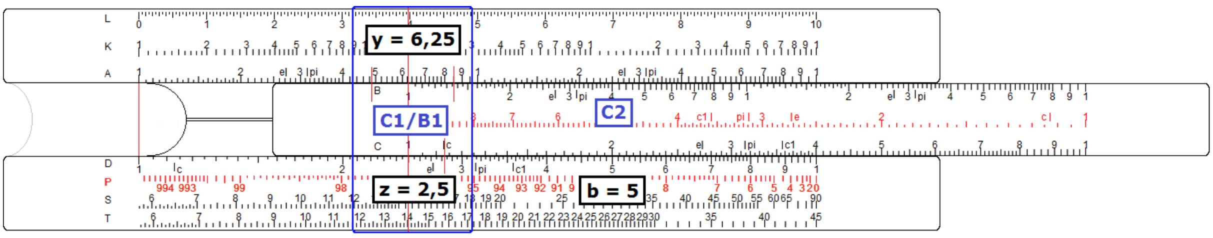
Se cumple que **b < 0**, **c > 0** (ver **Tabla 2**). Por lo tanto, la solución tendrá signo positivo.

x_1 y $x_2 = 2$.

Ejemplo 2: $x^2 + 5x + 6 = 0$.

$x_1 = -3$ / $x_2 = -2$.

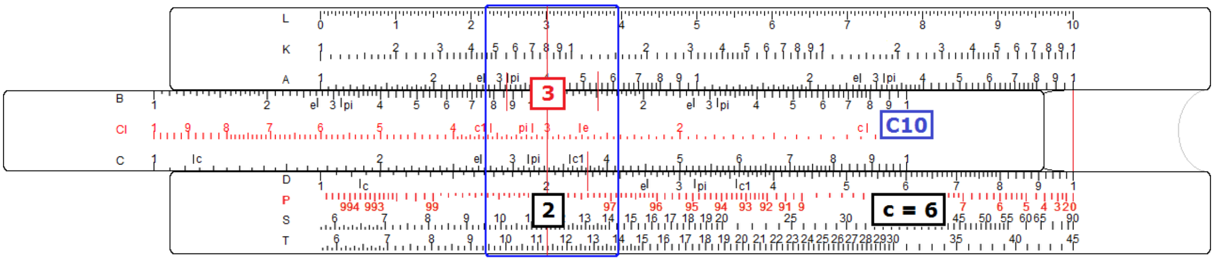
Paso 1. Comprobamos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que cumple uno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**).



Vemos que no se cumple **y < c**, por lo que deducimos que esta ecuación tendrá soluciones reales, pero además observamos que **y > c**. Por lo tanto, esta ecuación tendrá dos soluciones reales.

Paso 2. Resolviendo la ecuación.

Se cumple que **c > 0**, así que usaremos el método ***SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES POSITIVO***.



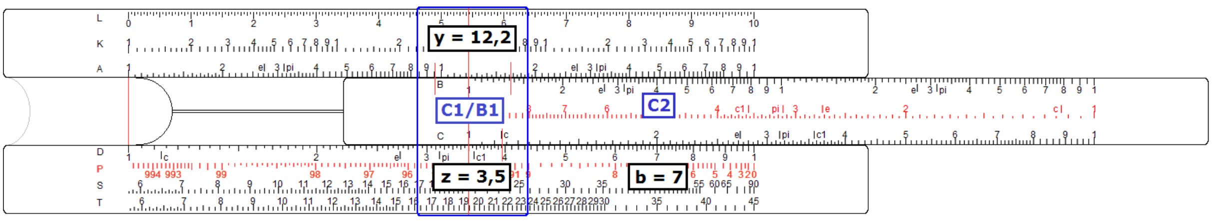
Buscamos dos números en las escalas **CI** y **D**, que sumados nos den el valor de **b**. Estas son las soluciones que buscamos. Miramos la **Tabla 2** para ver que signo llevará cada una y comprobamos que ambas serán negativas.

x_1: − 3.
x_2: − 2.

Ejemplo 3: $x^2 - 7x + 12 = 0$.

x_1 = 4 / x_2 = 3.

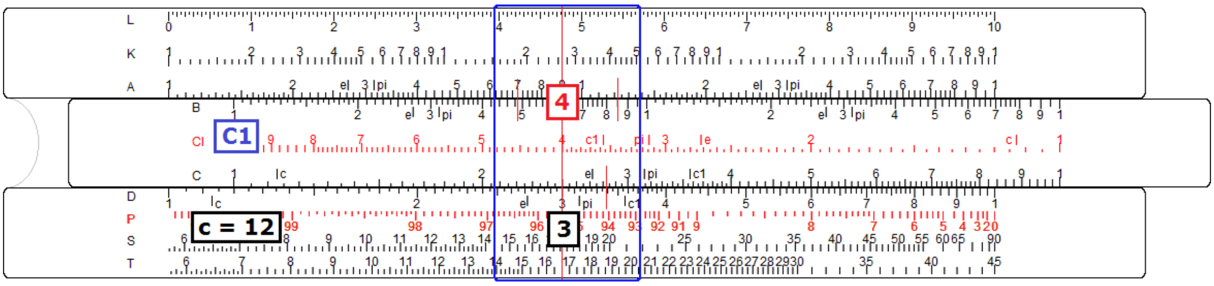
Paso 1. Comprobamos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que cumple uno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**).



Vemos que no se cumple **y < c**, por lo que deducimos que esta ecuación tendrá soluciones reales, pero además observamos que **y > c**. Por lo tanto, esta ecuación tendrá dos soluciones reales.

Paso 2. Resolviendo la ecuación.

Se cumple que **c > 0**, así que usaremos el método ***SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES POSITIVO***.



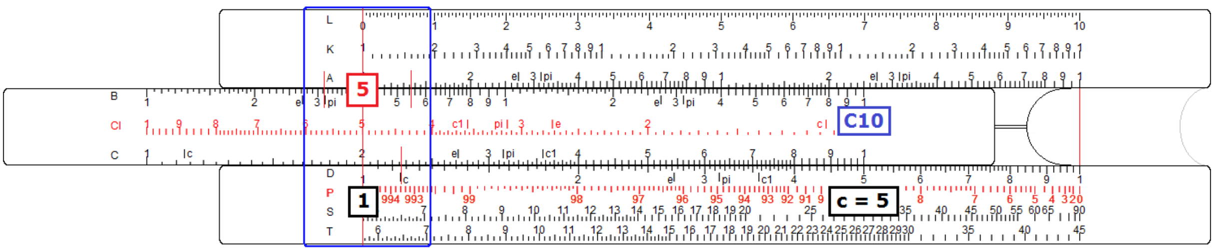
Buscamos dos números en las escalas **CI** y **D**, que sumados nos den el valor de **b**. Estas son las soluciones que buscamos. Miramos la **Tabla 2** para ver que signo llevará cada una y comprobamos que ambas serán positivas.

x_1: 4.
x_2: 3.

Ejemplo 4: $x^2 + 4x - 5 = 0$.

$x_1 = -5$ / $x_2 = 1$.

Paso 1. No comprobaremos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que no cumple ninguno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**). Así que iremos a buscar las soluciones directamente. Hemos de tener en cuenta que **c < 0**, así que usaremos el método ***SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES NEGATIVO***.



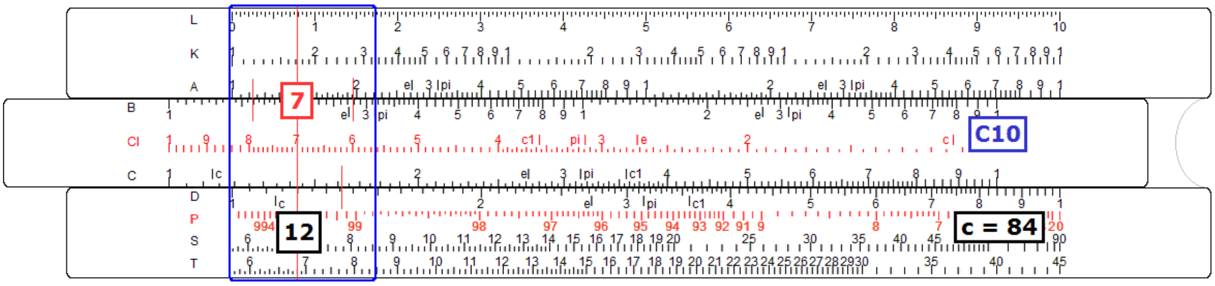
Buscamos dos números en las escalas **CI** y **D**, de tal forma que restando uno del otro nos den el valor de **b**. Estas son las soluciones que buscamos. Miramos la **Tabla 2** para ver que signo llevará cada una y comprobamos que la solución con mayor valor absoluto (**5**) será negativa y la otra (**1**) positiva.

x_1: – 5.
x_2: 1.

Ejemplo 5: $x^2 - 5x - 84 = 0$.

x_1 = 12 / x_2 = – 7.

Paso 1. No comprobaremos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que no cumple ninguno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**). Así que iremos a buscar las soluciones directamente. Hemos de tener en cuenta que **c < 0**, así que usaremos el método ***SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES NEGATIVO***.



Buscamos dos números en las escalas **CI** y **D**, de tal forma que restando uno del otro nos den el valor de **b**. Estas son las soluciones que buscamos. Miramos la **Tabla 2** para ver que signo llevará cada una y comprobamos que la solución con mayor valor absoluto (**12**) será positiva y la otra (**7**) negativa.

x_1: 12.
x_2: – 7.

ECUACIONES DE 2º GRADO (3).

ECUACIONES CON EL PRIMER TÉRMINO DIFERENTE DE 1:

- Cuando tenemos una ecuación cuyo primer término no es 1 (sin tener en cuenta el signo), por ejemplo: $\mathbf{2x^2 - 8x - 10 = 0}$, siendo $\mathbf{a = 2}$, $\mathbf{b = -8}$, $\mathbf{c = -10}$, la manera de resolverla es sencilla:

  1. Cogemos los valores del segundo y tercer término y los dividimos por el valor del primer término, dejando este con valor **1**, si el valor principal era positivo y **– 1**, si el valor principal era negativo:

     $$a_1 = 1$$
     $$b_1 = -8 / 2 = -4$$
     $$c_1 = -10 / 2 = -5$$

  2. volvemos a rehacer la ecuación, quedando así:

     $$a_1x^2 - b_1x - c_1 = 0$$

     y sustituyendo por sus valores:

     $$x^2 - 4x - 5 = 0$$

  3. Ahora podemos resolverla de la forma habitual.

Ejemplo 1: $8x^2 + 33x + 4 = 0$.

$\mathbf{x_1 = -4 \quad / \quad x_2 = -0{,}125}$.

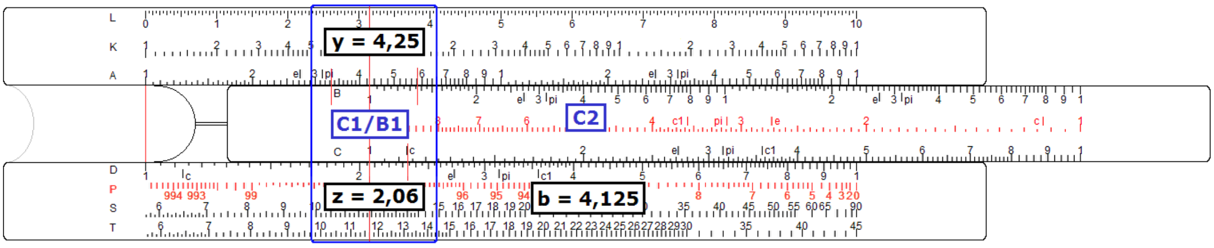
Paso 1. Consideremos la ecuación como $\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$. Lo primero que haremos será convertir esta ecuación en otra que podamos manejar fácilmente. Así, dividiremos por el valor del primer término (**8**), el segundo (**33**) y el tercero (**4**), dejando el primer término con valor **1** ya que el valor principal de este (**8**) es positivo y quedando de esta forma:

$a_1 = 1$.
$b_1 = 33 / 8 = 4{,}125$.
$c_1 = 4 / 8 = 0{,}5$.

Sustituimos los valores en la ecuación $\mathbf{a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0}$:

$\mathbf{x^2 + 4{,}125x + 0{,}5 = 0}$. Esta es la ecuación que utilizaremos.

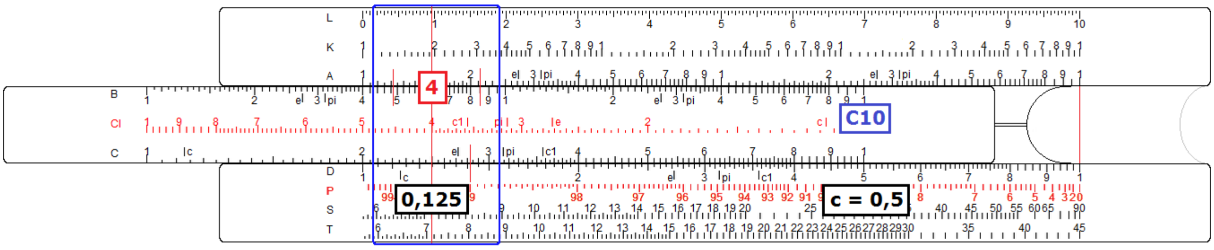
Paso 2. Comprobamos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que cumple uno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**).



Vemos que no se cumple **y < c**, por lo que deducimos que esta ecuación tendrá soluciones reales, pero además observamos que **y > c**. Por lo tanto, esta ecuación tendrá dos soluciones reales.

Paso 3. Resolviendo la ecuación.

Se cumple que **c > 0**, así que usaremos el método ***SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES POSITIVO***.



Buscamos dos números en las escalas **CI** y **D**, que sumados nos den el valor de **b**. Estas son las soluciones que buscamos. Miramos la **Tabla 2** para ver que signo llevará cada una y comprobamos que ambas serán negativas.

x_1: – 4.
x_2: – 0,125.

Ejemplo 2: – 4x^2 + 28x – 40 = 0

x_1 = 5 / x_2 = 2.

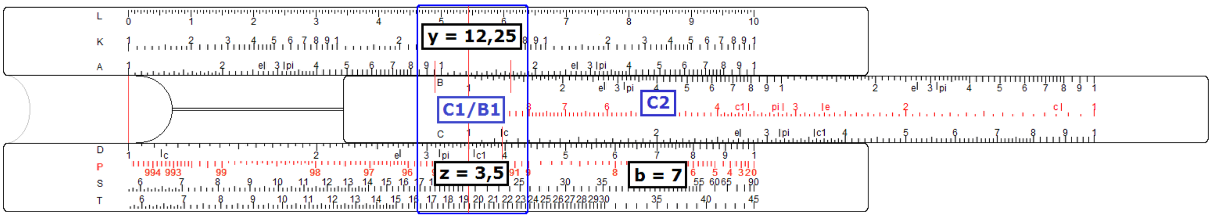
Paso 1. Consideremos la ecuación como **ax^2 + bx + c = 0**. Dividiremos por el valor del primer término (**– 4**), el segundo (**28**) y el tercero (**40**), dejando el primer término con valor – **1** ya que el valor principal de este (**– 4**) es negativo y quedando de esta forma:

a_1 = − 1.
b_1 = 28 / − 4 = − 7.
c_1 = − 40 / − 4 = 10.

Sustituimos los valores en la ecuación $\mathbf{a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0}$:

$\mathbf{-x^2 - 7x + 10 = 0}$. Esta es la ecuación que utilizaremos.

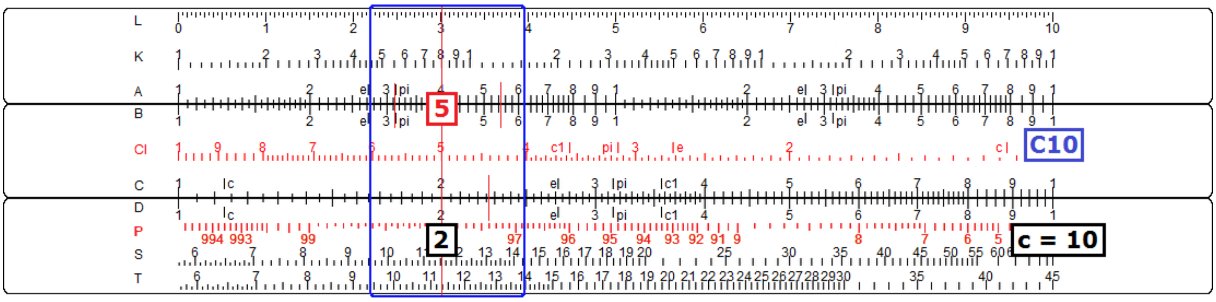
Paso 2. Comprobamos si la ecuación tiene soluciones reales o imaginarias, ya que cumple uno de los cuatro supuestos para ser ecuación con soluciones imaginarias (ver **Tabla 1**).



Vemos que no se cumple **y < c**, por lo que deducimos que esta ecuación tendrá soluciones reales, pero además observamos que **y > c**. Por lo tanto, esta ecuación tendrá dos soluciones reales.

Paso 3. Resolviendo la ecuación.

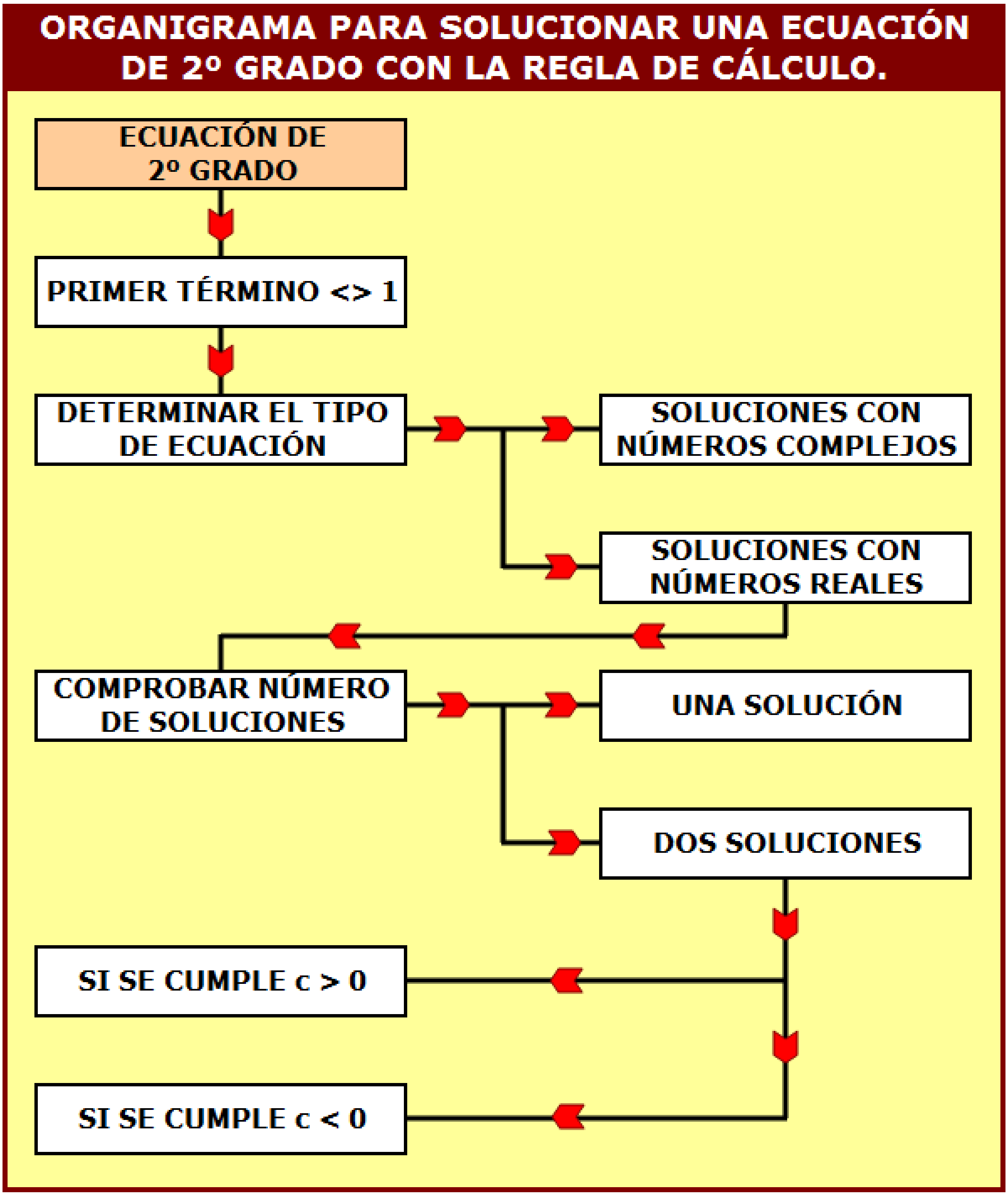
Se cumple que **c > 0**, así que usaremos el método ***SI SE CUMPLE QUE EL VALOR c ES POSITIVO***.



Buscamos dos números en las escalas **CI** y **D**, que sumados nos den el valor de **b**. Estas son las soluciones que buscamos. Miramos la **Tabla 2** para ver que signo llevará cada una y comprobamos que ambas serán positivas.

x_1: 5.
x_2: 2.

ORGANIGRAMA PARA SOLUCIONAR UNA ECUACIÓN DE 2º GRADO CON REGLA DE CÁLCULO.



Agradecimientos a **ARC** (**Amigos de las Reglas de Cálculo**) www.reglasdecalculo.com y a **The Oughtred Society** www.oughtred.org de cuyas páginas web he sacado la mayoría de operaciones y cálculos, definiendo y puntualizando estos de una forma más clara y precisa o corrigiendo y añadiendo otros para ofrecer una mejor información a todos aquellos neófitos y no neófitos que aman el mundo de las reglas de cálculo.

INDICE