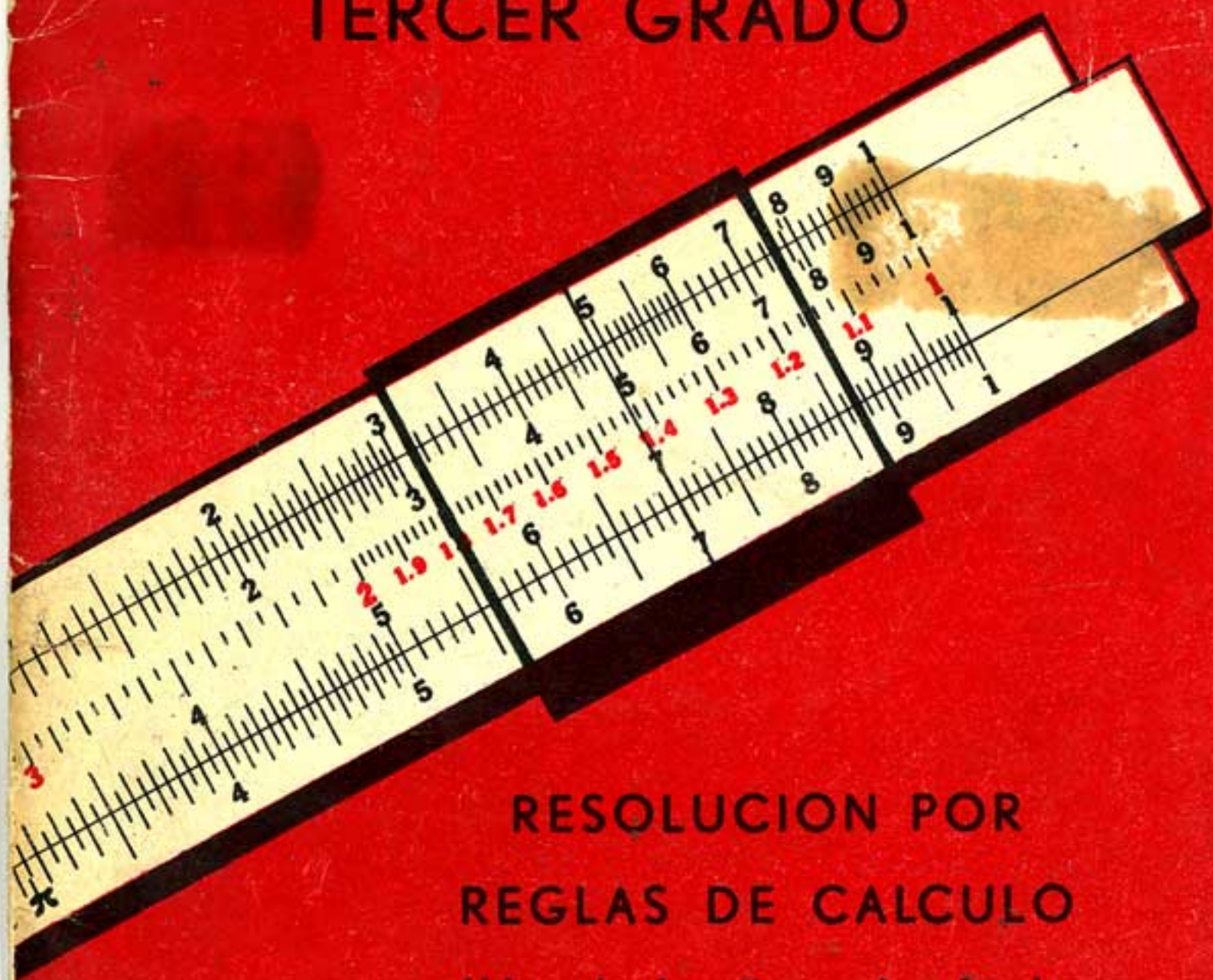


4708

ECUACIONES DE SEGUNDO Y DE TERCER GRADO

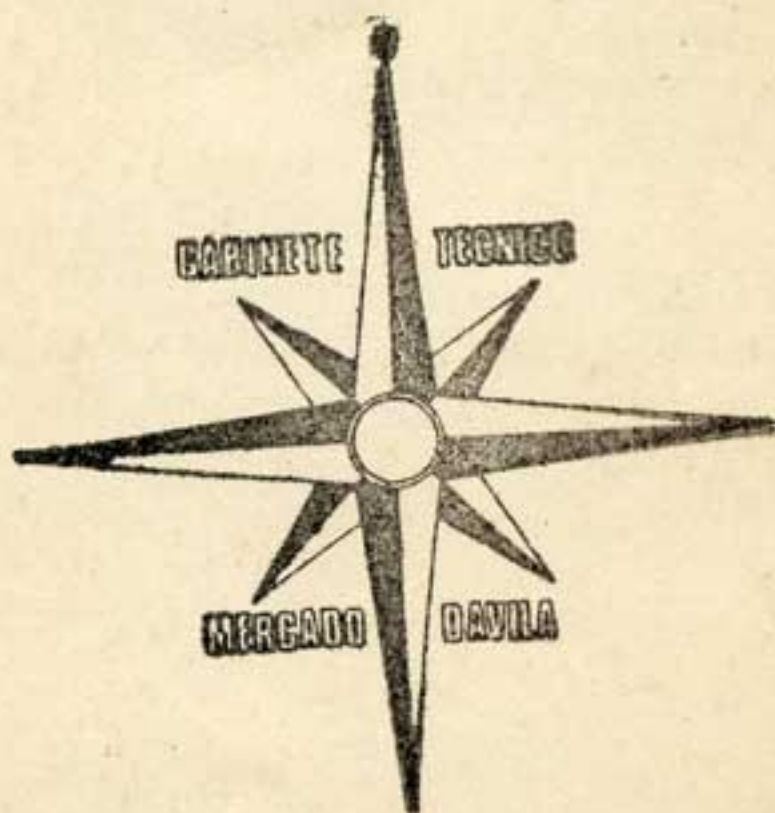


RESOLUCION POR
REGLAS DE CALCULO
(Uso de las 5 escalas funda-
mentales: A, B, C, D, CI)

157 Ejercicios Resueltos

47 Dibujos

Diódoro Velásquez Gómez



8. 75

APLICACIONES DE LA REGLA DE CALCULO

RESOLUCION DE ECUACIONES DE SEGUNDO
Y DE TERCER GRADO

por

DIODORO VELASQUEZ GOMEZ

Jefe de Clases de Matemáticas en las Escuelas Secundarias
Profesor de Matemáticas en Escuelas Secundarias
y Superiores

Miembro Fundador de la
SOCIEDAD MEXICANA DE FISICA

Miembro de la SOCIEDAD MATEMATICA MEXICANA
(Derechos reservados conforme a la ley. Prohibida la
reproducción parcial o total)

I. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO

1. Ecuaciones de la forma: $x^2 + bx + c = 0$.

En este caso hay que encontrar dos números cuya suma sea igual al coeficiente de x , (b), y cuyo producto sea igual al término independiente (c). Fácil y rápidamente pueden obtenerse los resultados utilizando cualquier regla de cálculo que contenga las escalas fundamentales: A, B, C, D y CI.

El objetivo principal es descomponer el trinomio $x^2 + bx + c$ en dos factores binomios, de los cuales se deducen los resultados.

Ejemplo 1. $x^2 + 8x + 12 = 0$
 $(x + 2)(x + 6) = 0$; $(2 \times 6 = 12; 2 + 6 = 8)$

Para que un producto sea igual a CERO, es necesario que uno de los factores sea igual a cero, por lo tanto: si: $x + 2 = 0$, se deduce que $x = -2$; si $x + 6 = 0$, se deduce que $x = -6$, y por lo tanto, las raíces de la ecuación son:

$x_1 = -2$; $x_2 = -6$; con la cual queda resuelta la ecuación.

La ecuación se resuelve con la regla de cálculo de la siguiente manera:

a) Se coloca un extremo de la escala C (en este caso el extremo izquierdo C1) sobre el valor 12 de la escala D (término independiente c).

b) Se desliza el cursor hasta encontrar dos valores, uno en la escala D y el otro en la escala recíproca CI, cuya suma sea igual a 8, (coeficiente de x). Los valores son 2 y 6, que considerados con signo contrario son las raíces de la ecuación: $x_1 = -2$; $x_2 = -6$ (Fig. 1).

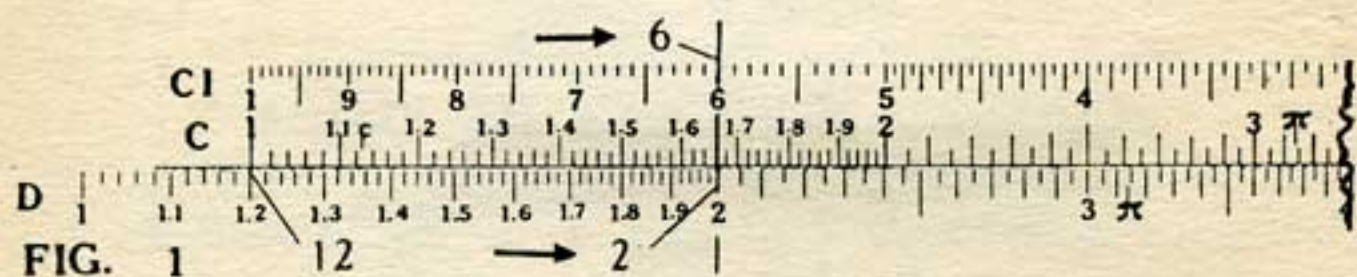


FIG. 1

Ejemplo 2. $x^2 + 8.2x + 16 = 0$.

a) Se coloca C1 (extremo de la reglilla) sobre D16.

b) Se desliza el cursor hasta encontrar dos valores, uno en la escala D y el otro en la escala recíproca CI, cuya suma sea igual a 8.2 (no siempre se encuentran dichos valores al primer intento, pues por ejemplo en este caso encontraríamos primero 2 y 8, cuyo producto es 16, pero su suma no es 8.2). Los valores adecuados son 3.2 y 5, puesto que: $3.2 + 5 = 8.2$ y por lo tanto:

$$x^2 + 8.2x + 16 = (x + 3.2)(x + 5)$$

de donde: $x_1 = -3.2$; $x_2 = -5$ (Fig. 2).



FIG. 2

Ejemplo 3. $x^2 + 7.5x + 14 = 0$.

Desde este ejemplo nos proponemos incluir, debajo de cada uno de ellos y para ahorrar tiempo, los factores binomios en que se descompone el trinomio, dando en seguida las instrucciones para obtenerlos y deducir los resultados.

$$x^2 + 7.5x + 14 = 0$$

$$(x + 4)(x + 3.5) = 0; \therefore x_1 = -4; x_2 = -3.5$$

a) Coincidir C1 con D14.

b) Deslizando el cursor de izquierda a derecha vamos encontrando pares de valores: $2 + 7 = 9$; $2.8 + 5 = 7.8$ que no satisfacen el requisito de sumar 7.5. Llegamos por fin a los valores $4 + 3.5 = 7.5$ en las escalas D y recíproca CI, que son las raíces de la ecuación (Fig. 3).

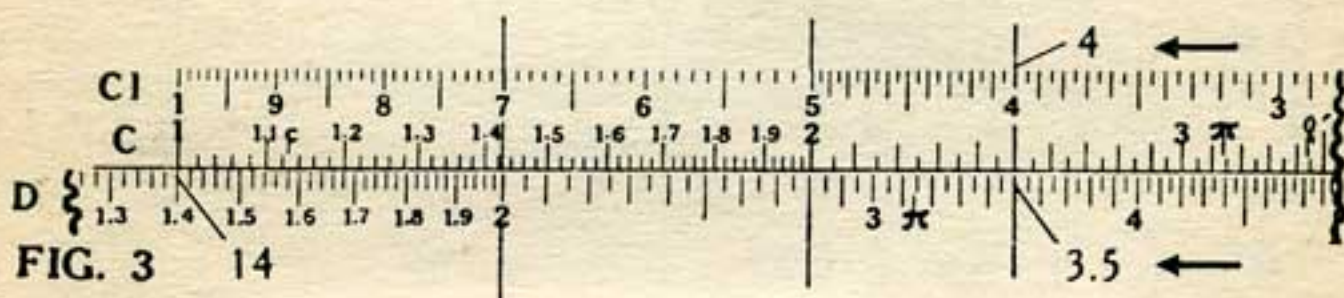


FIG. 3

Ejemplo 4. $x^2 + 6.9x + 11.6 = 0$

$$(x + 2.9)(x + 4) = 0; \therefore x_1 = -2.9; x_2 = -4$$

a) Coincidir C1 con D11.6.

b) Deslizando el cursor encontramos en D y CI los dos valores que satisfacen el requisito de sumar $6.9 = 2.9 + 4$ (Fig. 4).

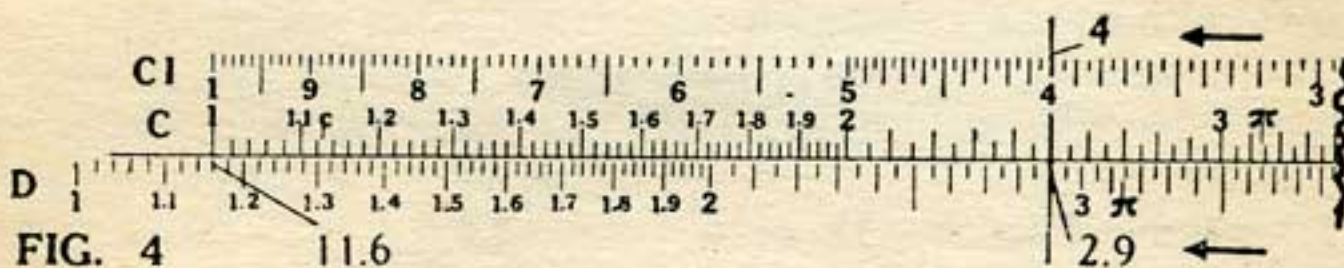


FIG. 4

Ejemplo 5. $x^2 + 6.9x + 10.8 = 0$

$$(x + 2.4)(x + 4.5) = 0; x_1 = -2.4; x_2 = -4.5$$

a) Coincidir C1 con D10.8.

b) Deslizando el cursor encontramos D2.4 + CI4.5, valores cuya suma es igual al coeficiente de x, en este caso 6.9 (Fig. 5).

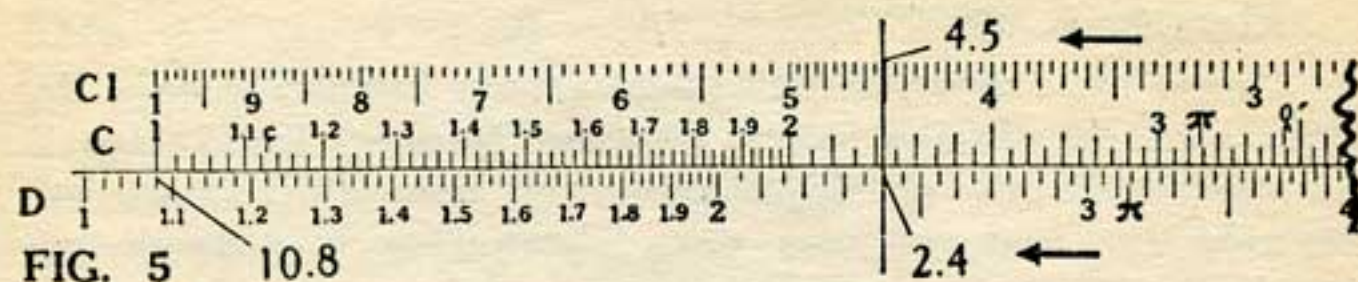


FIG. 5

Ejemplo 6. $x^2 + 6.7x + 8.5 = 0$;

$$(x + 5)(x + 1.7) = 0; \therefore x_1 = -5; x_2 = -1.7$$

En este caso la reglilla se desliza hacia la izquierda.

a) Coincidir C 10 con D 8.5.

b) El par de valores cuya suma es igual a 6.7 son 5 y 1.7, encontrados en las escalas D y recíproca CI (Fig. 6).

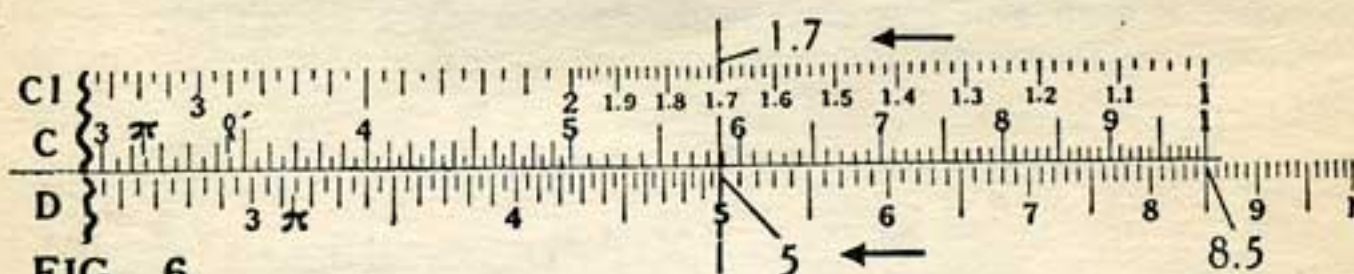


FIG. 6

Ejemplo 7. $x^2 + 6.52x + 7.6 = 0$;

$$(x + 5)(x + 1.52) = 0; \therefore x_1 = -5; x_2 = -1.52$$

a) Coincidir C 10 con D 7.6.

b) Respuesta en D 5 y CI 1.52 (Fig. 7).

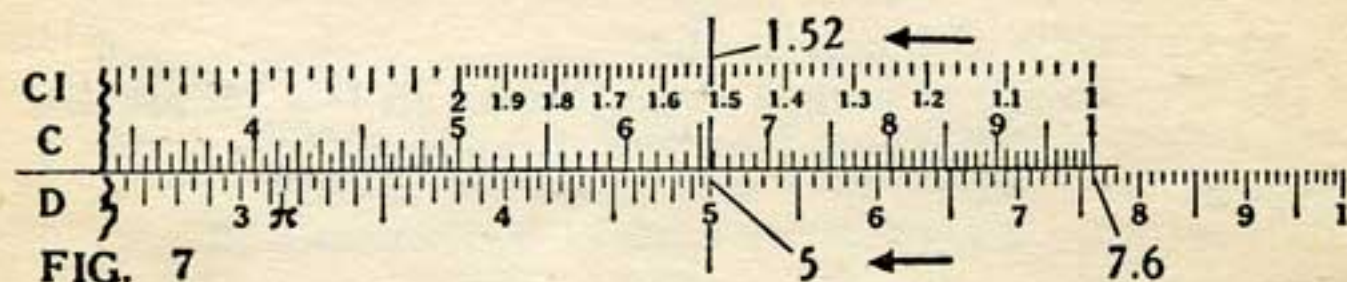


FIG. 7

EJERCICIOS

		$x_1 =$	$x_2 =$
1.	$x^2 + 7.4x + 12 = 0$	-2.4	-5
2.	$x^2 + 9x + 14 = 0$	-2	-7
3.	$x^2 + 8.1x + 14 = 0$	-2.5	-5.6
4.	$x^2 + 7.5x + 14 = 0$	-4	-3.5
5.	$x^2 + 8.4x + 17 = 0$	-3.4	-5
6.	$x^2 + 9.5x + 15 = 0$	-2	-7.5
7.	$x^2 + 11.5x + 33 = 0$	-6	-5.5
8.	$x^2 + 2.4x + 1.4 = 0$	-1	-1.4
9.	$x^2 + 10.5x + 17 = 0$	-2	-8.5

10.	$x^2 + 8.7x + 1.7 = 0$	-0.2	-8.5
11.	$x^2 + 4.3x + 1.2 = 0$	-0.3	-4
12.	$x^2 + 8.6x + 18 = 0$	-3.6	-5
13.	$x^2 + 4.1x + 1.8 = 0$	-3.6	-0.5
14.	$x^2 + 6.25x + 8.5 = 0$	-2	-4.25
15.	$x^2 + 6.56x + 7.8 = 0$	-5	-1.56
16.	$x^2 + 20.6x + 78 = 0$	-5	-15.6
17.	$x^2 + 6.5x + 10 = 0$	-4	-2.5
18.	$x^2 + 9.25x + 10 = 0$	-8	-1.25
19.	$x^2 + 18.5x + 58 = 0$	-4	-14.5
20.	$x^2 + 38x + 136 = 0$	-4	-34

2. Ecuaciones de la forma: $x^2 - bx + c = 0$.

Se sigue el mismo procedimiento anterior, pero en virtud de que el coeficiente de x ($-b$) es negativo, y el término independiente (c) es positivo, los términos numéricos en los factores binomios deben ser del mismo signo para que su producto sea positivo, y su signo será menos puesto que su suma es ($-b$). Como las raíces deben ser de signo contrario (véase ejemplo 1), las dos serán positivas.

Ejemplo 8. $x^2 - 8x + 12 = 0$;

$$(x - 2)(x - 6) = 0; \therefore x_1 = 2; x_2 = 6.$$

Se siguen los mismos pasos indicados en el ejemplo 1, Fig. 1.

Ejemplo 9. $x^2 - 8.2x + 16 = 0; \therefore x_1 = 3.2; x_2 = 5$
 $(x - 3.2)(x - 5) = 0.$

Se siguen las mismas instrucciones dadas en el ejemplo 2, Fig. 2. Como ejercicios de práctica pueden utilizarse las ecuaciones del 1 al 20, haciendo negativo el término en x .

3. ECUACIONES DE LA FORMA: $x^2 \pm bx - c = 0$.

Cuando el término independiente ($-c$) es negativo, los términos numéricos de los binomios tendrán signo contrario, y el número mayor será positivo o negativo según sea positivo ($+bx$) o negativo ($-bx$), respectivamente. NOTA: Las raíces, como en los demás casos, tendrán signo contrario.

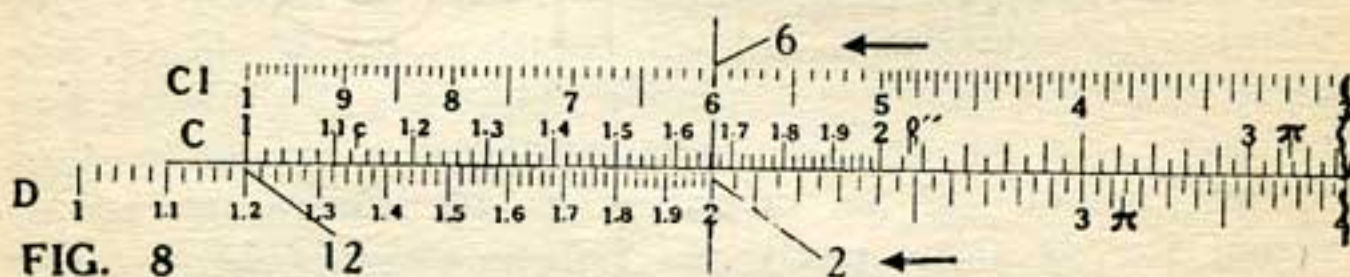
Ejemplo 10. $x^2 + 4x - 12 = 0$

$(x + 6)(x - 2) = 0$; $\therefore x_1 = -6$; $x_2 = 2$.

Se aplica la misma regla: $(+6)(-2) = -12$; $+6 - 2 = +4$, en el que el producto es igual al término independiente (c) y la suma algebraica es igual al coeficiente (b) de x, siendo esta suma en realidad una sustracción aritmética, en estos casos en que el término independiente $(-c)$ es negativo.

Instrucciones:

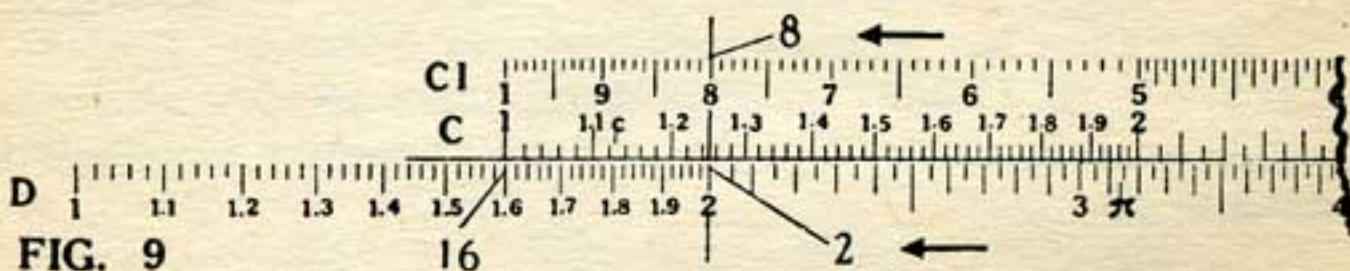
- Coincidir C 1 con D 12.
- Con ayuda del cursor encontrar un par de números en las escalas D y recíproca CI, cuya "diferencia" sea igual a 4 (Fig. 8).



Ejemplo 11. $x^2 - 6x - 16 = 0$

$(x - 8)(x + 2) = 0$; $\therefore x_1 = 8$; $x_2 = -2$.

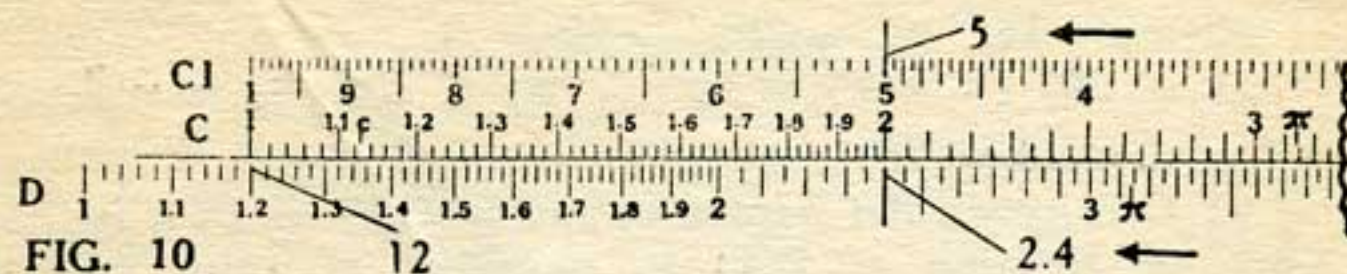
Se sigue el mismo procedimiento que en el caso anterior, pero teniendo en cuenta que en los factores binomios el valor numérico 6 es negativo, de manera que: $-8 + 2 = -6$ (coeficiente del término en x) (Fig. 9).



Ejemplo 12. $x^2 + 2.6x - 12 = 0$

$(x + 5)(x - 2.4) = 0$; $\therefore x_1 = -5$; $x_2 = 2.4$

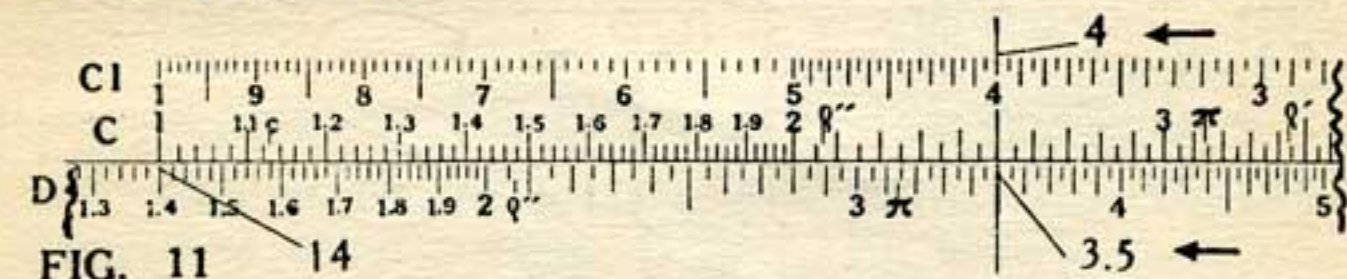
- Coincidir C 1 con D 12.
- Se desliza el cursor hasta encontrar dos valores cuya diferencia aritmética sea igual a 2.6; en este caso: $CI 5 - D 2.4 = 2.6$ (Fig. 10).



Ejemplo 13. $x^2 + 0.5x - 14 = 0$

$(x + 4)(x - 3.5) = 0$; $\therefore x_1 = -4$; $x_2 = 3.5$

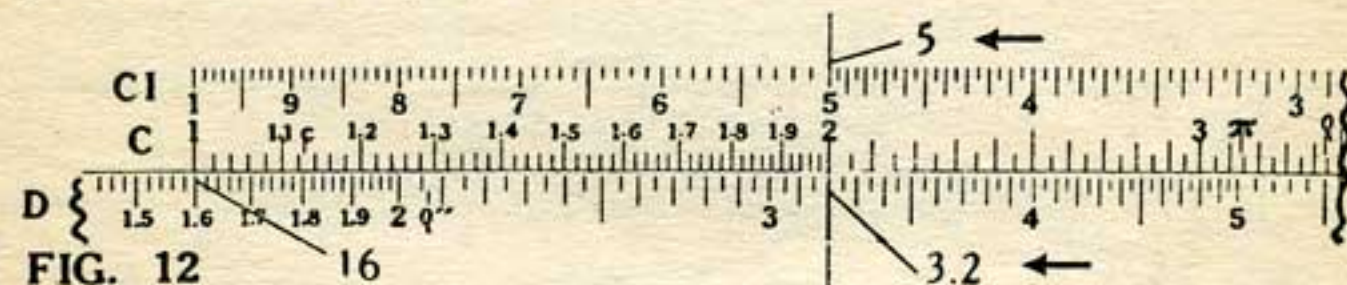
- Coincidir C 1 con D 14.
- Con ayuda del cursor se encuentran los valores $CI 4 - D 3.5 = 0.5$, es decir: $4 - 3.5 = 0.5$ (coeficiente de x) (Fig. 11).



Ejemplo 14. $x^2 + 1.8x - 16 = 0$

$(x + 5)(x - 3.2) = 0$; $\therefore x_1 = -5$; $x_2 = 3.2$

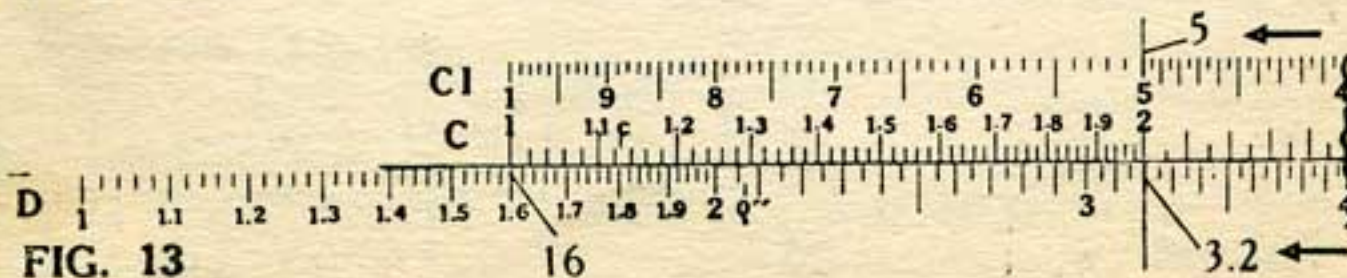
- Coincidir C 1 con D 16.
- Los valores se encuentran en $CI 5 - D 3.2 = 1.8$ (coeficiente de x) (Fig. 12).



Ejemplo 15. $x^2 - 1.8x - 16 = 0$

$(x - 5)(x + 3.2) = 0$; $\therefore x_1 = 5$; $x_2 = -3.2$.

Las mismas instrucciones que en el ejemplo anterior, pero teniendo en cuenta que $1.8x$ es negativo, el valor numérico mayor en valor absoluto, debe ser negativo, y se tiene: $CI - 5 + D 3.2$, es decir: $-5 + 3.2 = -1.8$ (Fig. 13).



Ejemplo 16. $x^2 - 28x - 60 = 0$

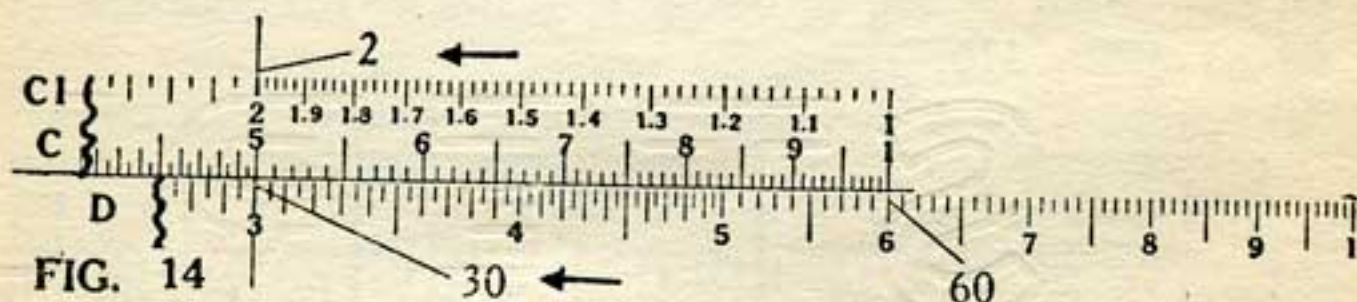
$$(x - 30)(x + 2) = 0; \therefore x_1 = 30; x_2 = -2.$$

a) Coincidir C 10 con D 60.

b) Con ayuda del cursor hallamos D 30 — CI 2 = 28.
Como el término ($-28x$) es negativo, el valor mayor (30) es negativo (Fig. 14).

c) Tomando el paso b) anterior como base, hay menos confusión al efectuar la suma algebraica:

$$(-30 + 2 = -28).$$

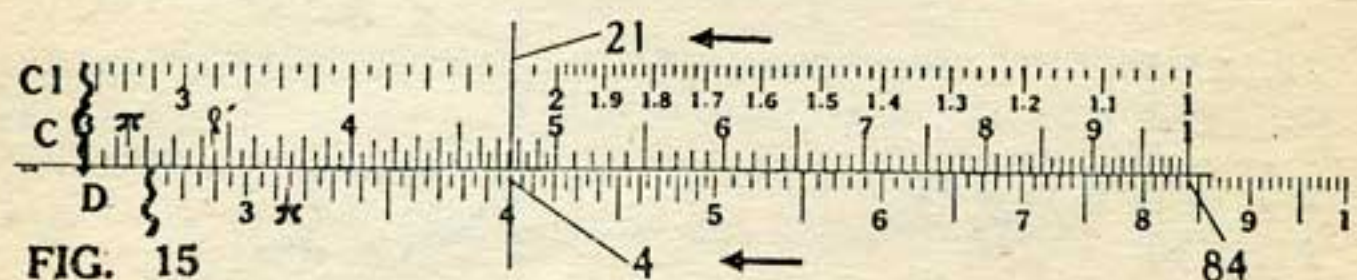


Ejemplo 17. $x^2 - 17x - 84 = 0$

$$(x - 21)(x + 4) = 0; \therefore x_1 = 21; x_2 = -4$$

a) Coincidir C 10 con D 84.

b) Con ayuda del cursor hallamos CI 21 — D 4 = 17,
y se tiene: $-21 + 4 = -17$ (Fig. 15).

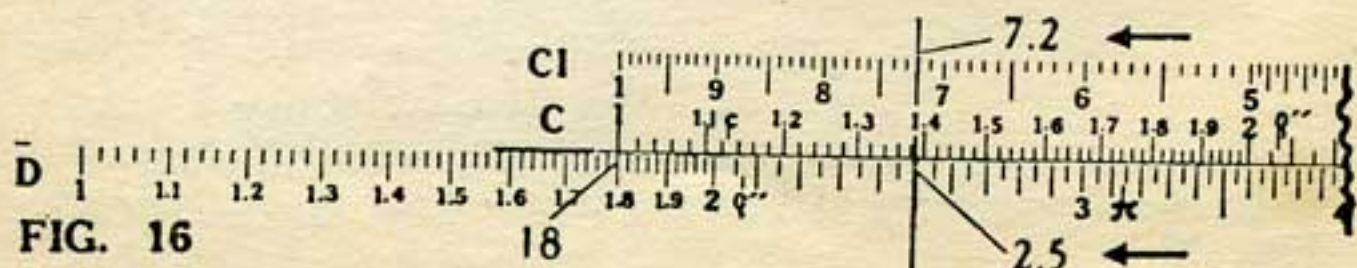


Ejemplo 18. $x^2 - 4.7 - 18 = 0$

$$(x - 7.2)(x + 2.5) = 0; \therefore x_1 = 7.2; x_2 = -2.5$$

a) Coincidir con C 1 con D 18.

b) Con ayuda del cursor hallamos CI 7.2 — D 2.5 = 4.7,
y se tiene: $-7.2 + 2.5 = -4.7$ (coeficiente de x) (Figura 16).



EJERCICIOS

	$x_1 =$	$x_2 =$
21. $x^2 + 3.5x - 15 = 0;$	-6	+2.5
22. $x^2 + 1.2x - 19 = 0;$	-5	+3.8
23. $x^2 - 1.2x - 19 = 0;$	+5	-3.8
24. $x^2 + 2.5x - 26 = 0;$	-6.5	+4
25. $x^2 + 9.5x - 140 = 0;$	-17.5	+8
26. $x^2 - 2.5x - 21 = 0;$	+6	-3.5
27. $x^2 + 2.75x - 9.5 = 0;$	-4.75	+2
28. $x^2 - 2.2x - 36 = 0;$	+7.2	-5
29. $x^2 - 2.9x - 6.6 = 0;$	+4.4	-1.5
30. $x^2 + 1.5x - 10 = 0;$	-4	+2.5

4. Ecuaciones de la forma: $ax^2 + bx + c = 0$.

Si dividimos entre a las ecuaciones de esta forma, se transforma en ecuaciones de la forma anterior:

$$x^2 + bx + c = 0,$$

y para resolverlas por regla de cálculo se siguen los mismos procedimientos que en los casos anteriores.

Ejemplo 19. $3x^2 + 24x + 36 = 0$.

Si dividimos entre 3 (coeficiente de x^2), la ecuación se transforma en:

$$x^2 + 8x + 12 = 0$$

la cual se resuelve como en el ejemplo 1 (Fig. 1).

Ejemplo 20. $2x^2 + 16.4x + 32 = 0$.

Si dividimos entre 2 (coeficiente de x^2), la ecuación se transforma en: $x^2 + 8.2x + 16 = 0$; la cual se resuelve como en el ejemplo 2 (Fig. 2).

Ejemplo 21. $4x^2 + 26.8x + 34 = 0$.

Dividiendo entre 4 la ecuación se transforma en: $x^2 + 6.7x + 8.5 = 0$; la cual se resuelve como en el ejemplo 6 (Fig. 6).

EJERCICIOS

(Resuelva los siguientes ejercicios después de haber practicado con los ejercicios del 1 al 20).

		$x_1 =$	$x_2 =$
31.	$5x^2 + 25x + 30 = 0;$	-2	-3
32.	$4x^2 + 7x + 3 = 0;$	-1	-0.75
33.	$2x^2 + 12x + 10 = 0;$	-1	-5
34.	$5x^2 + 15x + 10 = 0;$	-1	-2
35.	$2x^2 + 37x + 116 = 0;$	-4	-14.5
36.	$3x^2 + 12.3x + 5.4 = 0;$	-3.6	-0.5
37.	$5x^2 + 21.5x + 6 = 0;$	-4	-0.3
38.	$2x^2 + 21x + 34 = 0;$	-2	-8.5
39.	$3x^2 + 22.5x + 42 = 0;$	-4	-3.5
40.	$1.5x^2 + 13.5x + 21 = 0;$	-7	-2

5. Ecuaciones de la forma: $ax^2 - bx + c = 0$.

Ejemplo 22. $2x^2 - 16x + 24 = 0;$

Si dividimos entre 2 (coeficiente de x^2) la ecuación se transforma en:

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

la cual se resuelve como en el ejemplo 8 (Fig. 1).

6. Ecuaciones de la forma: $ax^2 + bx - c = 0$.

Ejemplo 23. $3x^2 + 12x - 36 = 0;$

Dividiendo entre 3, la ecuación se transforma en:

$$x^2 + 4x - 12 = 0$$

la cual se resuelve como en el ejemplo 10 (Fig. 8).

7. Ecuaciones de la forma: $ax^2 - bx - c = 0$.

Ejemplo 24. $8x^2 - 32x - 96 = 0;$

Dividiendo entre 8, la ecuación se transforma en:

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

la cual se resuelve como en el ejemplo 11 (Fig. 9).

EJERCICIOS

(Para los tres casos anteriores)

(Resuelva estos ejercicios después de haber practicado con los ejercicios del 21 al 30.)

		$x_1 =$	$x_2 =$
41.	$2x^2 - 3x + 1 = 0;$	1	0.5
42.	$2x^2 - 8x + 6 = 0;$	3	1
43.	$2x^2 - 15x + 18 = 0;$	6	1.5
44.	$4x^2 - 24x + 32 = 0;$	4	2
45.	$2x^2 - 21x + 27 = 0;$	9	1.5
46.	$4x^2 + 6x - 28 = 0;$	-3.5	2
47.	$10x^2 + 5x - 180 = 0;$	-4.5	4
48.	$3x^2 + 6x - 9 = 0;$	-3	1
49.	$4x^2 + 6x - 130 = 0;$	-6.5	5
50.	$6x^2 - 3x - 18 = 0;$	-1.5	2

IMPORTANTE: Es conveniente saber el carácter de las raíces conociendo el valor del DISCRIMINANTE $b^2 - 4c$. Si éste es mayor que CERO las raíces son reales y si es menor que CERO las raíces son imaginarias.

II. ECUACIONES DE 3er. GRADO

La fórmula general de la ecuación general de tercer grado, es:

$$x^3 + px^2 + qx + r = 0.$$

Pero esta ecuación puede reducirse a la forma más simple:

$$x^3 + bx + c = 0 \text{ (Véase ejemplo 56)}$$

Que es a la que nos vamos a referir.

1. Resolución de ecuaciones de la forma

$$x^3 + bx + c = 0,$$

cuando b y c son positivos o negativos.

Ejemplo 25. $x^3 + 2x + 12 = 0$.

a) Coincidir C1 con D12 (término independiente).

b) CI - A = b (coeficiente de x). Es decir: se desliza el cursor hasta encontrar dos valores uno en la escala CI y otro en la escala A de manera que su diferencia sea igual a b. En este caso CI 6 menos A 4 = 2 (coeficiente de x).

c) La respuesta se lee en la escala D, debajo de la línea del cursor = 2, con valor negativo. Esta es la primera raíz, es decir: $x_1 = -2$ (Fig. 17).

d) Las otras dos raíces se obtienen, como se explica en álgebra, dividiendo la ecuación dada $x^3 + 2x + 12$ entre $(x + 2)$. (Este binomio se compone de x y del valor de $x_1 = -2$ considerado con signo contrario, por eso es $(x + 2)$). Igualando a cero el trinomio de segundo grado que resulta como cociente, se obtienen las otras dos raíces x_2 y x_3 que son imaginarias.

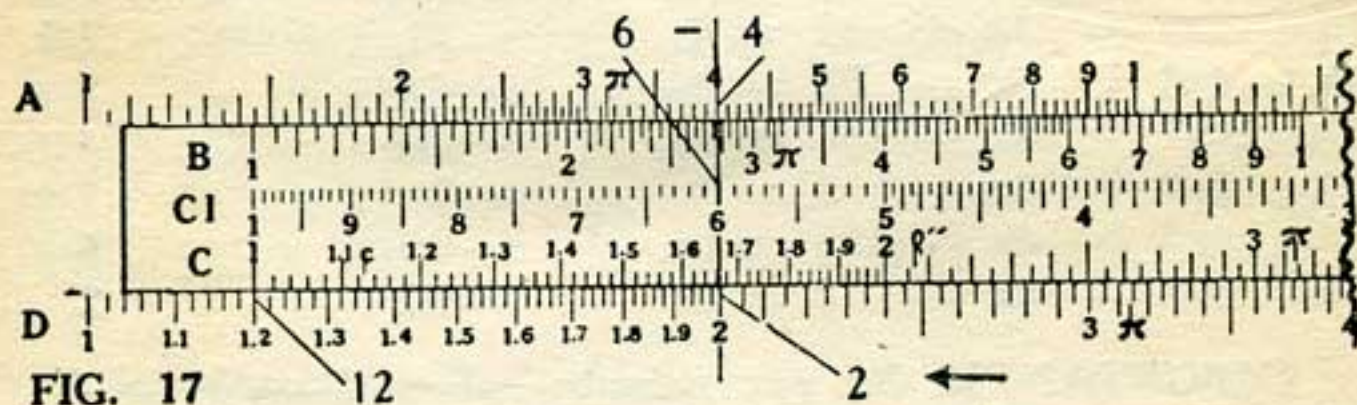


FIG. 17

Ejemplo 26. $x^3 + 3x + 14 = 0$.

a) Coincidir C 1 con D 14 (término independiente).

b) $CI - A = 3$ (coeficiente de x). Se desliza el cursor hasta encontrar dos valores uno en la escala recíproca CI y el otro en la escala A, de manera que su diferencia sea igual a 3, en este caso $CI 7 - A 4 = 3$. Debajo de la línea del cursor se lee en la escala D la respuesta = 2 $\therefore x_1 = -2$ (Fig. 18).

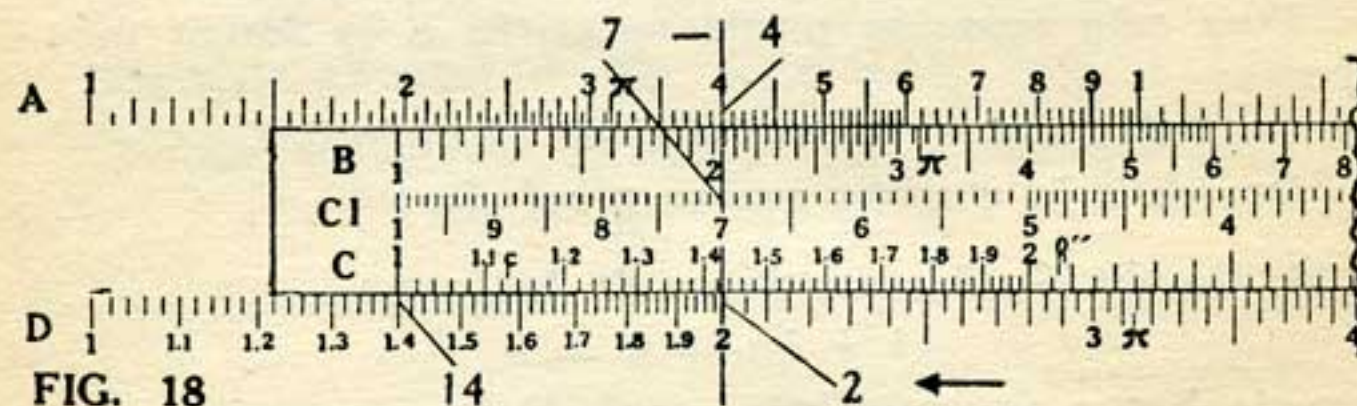


FIG. 18

Ejemplo 27. $x^3 + 15x + 124 = 0$.

a) Coincidir C 1 con D 124 (término independiente).

b) $CI - A = 15$ (coeficiente de x). Se desliza el cursor hasta encontrar dos valores (en CI y en A) cuya diferencia sea igual a 15: $CI 31 - A 16 = 15$. Debajo de la línea del cursor se lee en la escala D la respuesta = 4 $\therefore x_1 = -4$ (Fig. 19).

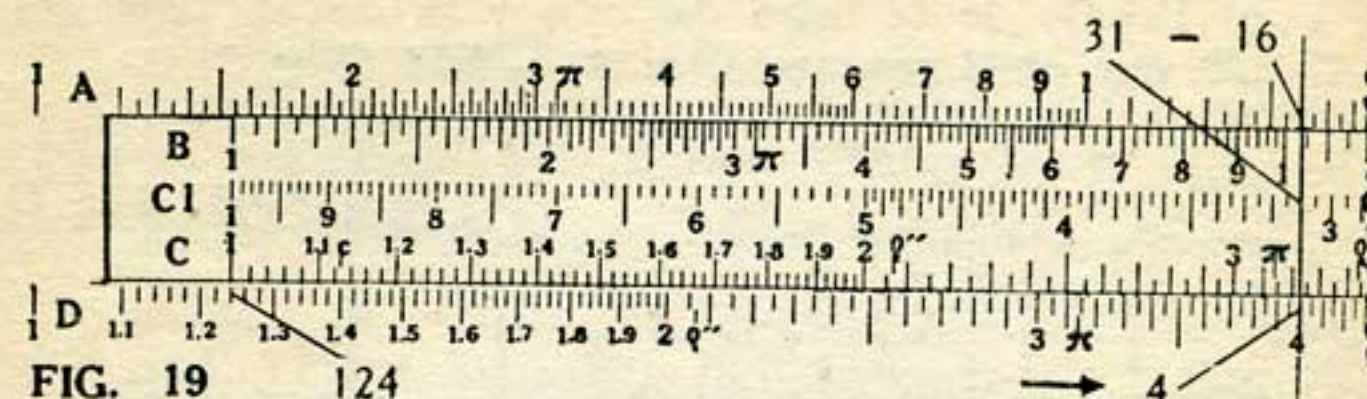


FIG. 19

NOTA: Debe tenerse en cuenta que la escala A está dividida en dos partes: la primera de la izquierda con valores 1 a 10, y la mitad derecha de 10 a 100, por eso el valor 16 se lee en la segunda parte, correspondiendo también dos cifras para la escala recíproca CI, en donde se lee 31. Estas y otras indicaciones importantes las puede usted consultar ampliamente en el libro "REGLAS DE CALCULO. TEORIA Y MANEJO" del mismo autor.

Ejemplo 28. $x^3 + 11x + 180 = 0$.

a) Colocar C 1 sobre D 180 (término independiente).

b) Se desliza el cursor hasta encontrar dos valores, uno en la escala CI y otro en la escala A, cuya diferencia sea igual a 11 (coeficiente de x), dichos valores son $CI 36 - A 25 = 11$. (La escala recíproca CI se lee de derecha a izquierda.)

c) Debajo de la línea del cursor en la escala D se lee la respuesta = 5 $\therefore x_1 = -5$ (Fig. 20).

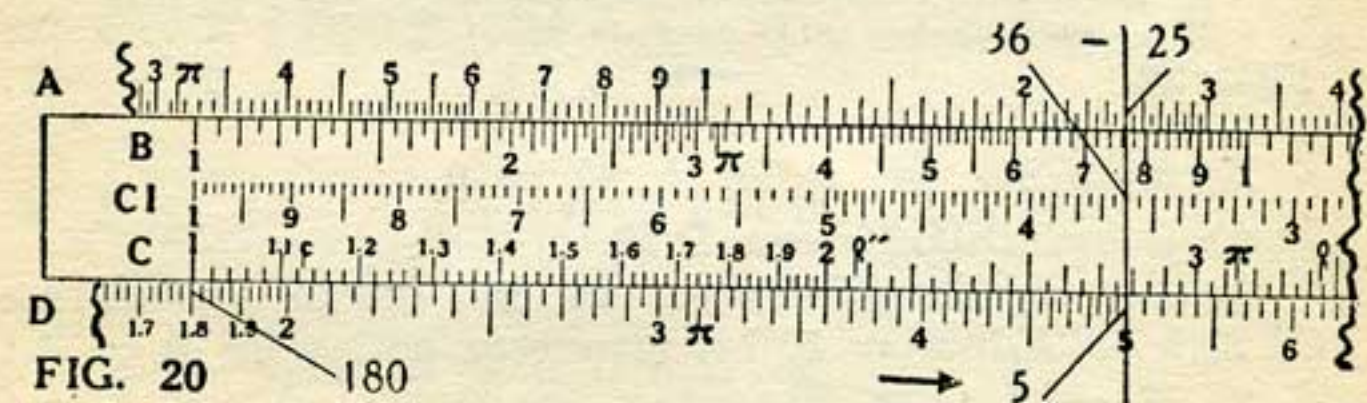


FIG. 20

Ejemplo 29. $x^3 + 11x + 18 = 0$.

Cuando el coeficiente de x (11) y el término independiente (18) tienen el mismo número de cifras enteras, se desliza la reglilla hacia la izquierda.

a) Se coloca C 10 (extremo derecho de la reglilla) sobre D 18.

b) Se buscan dos valores como en los casos anteriores, cuya diferencia sea igual a 11: $CI 12.94 - A 1.94 = 11$.

c) Debajo de la línea del cursor se lee en la escala D 1.39, que es la respuesta: $x_1 = -1.39$ (Fig. 21).

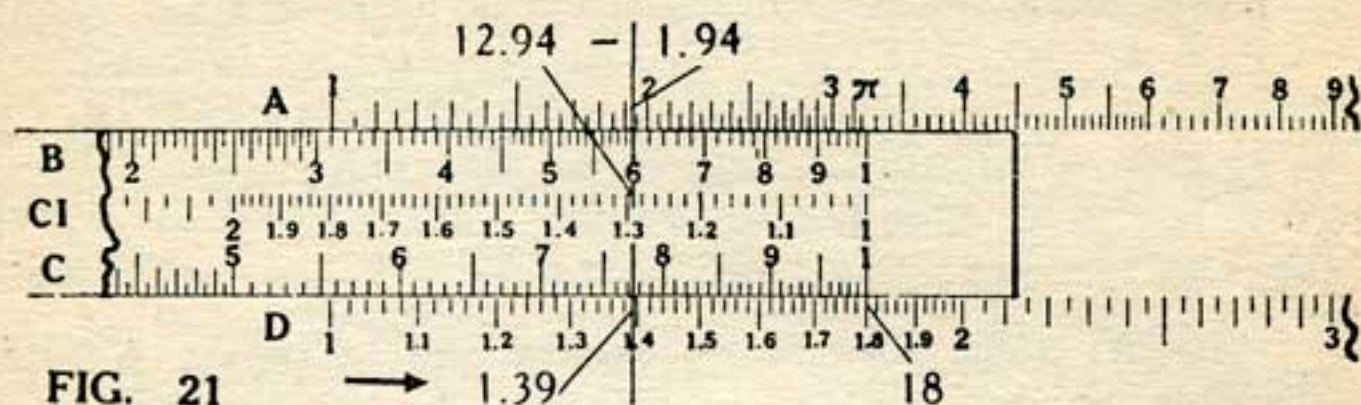


FIG. 21

NOTA: Para obtener las otras dos raíces de la ecuación (x_2 y x_3) ténganse en cuenta las instrucciones dadas en el inciso d) del Ejemplo 25.

Ejemplo 30. $x^3 + 0.5x + 9 = 0$.

a) Coincidir C 10 con D 9.

b) Deslizando el cursor se buscan dos valores en CI y en A cuya diferencia sea 0.5; los valores son CI 4.5 — A 4 = 0.5. La respuesta se lee en D = 2 $\therefore x_1 = -2$ (Fig. 22).

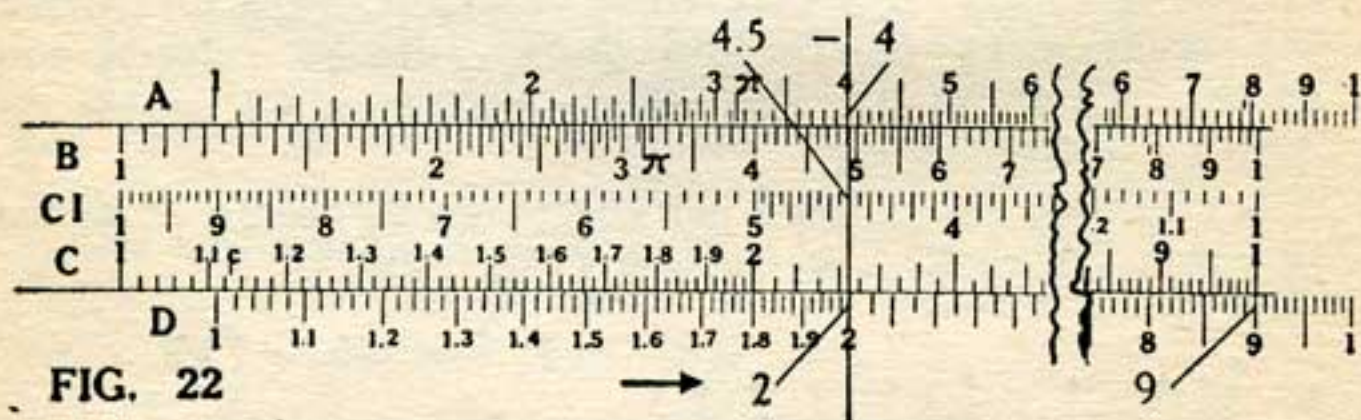


FIG. 22

Ejemplo 31. $x^3 + 5x + 90 = 0$.

a) Coincidir C 10 con D 90.

b) Con ayuda del cursor se encuentran los valores CI 21.9 — A 16.9 = 5. La respuesta se lee en D = 4.1 $\therefore x_1 = -4.1$ (Fig. 23).

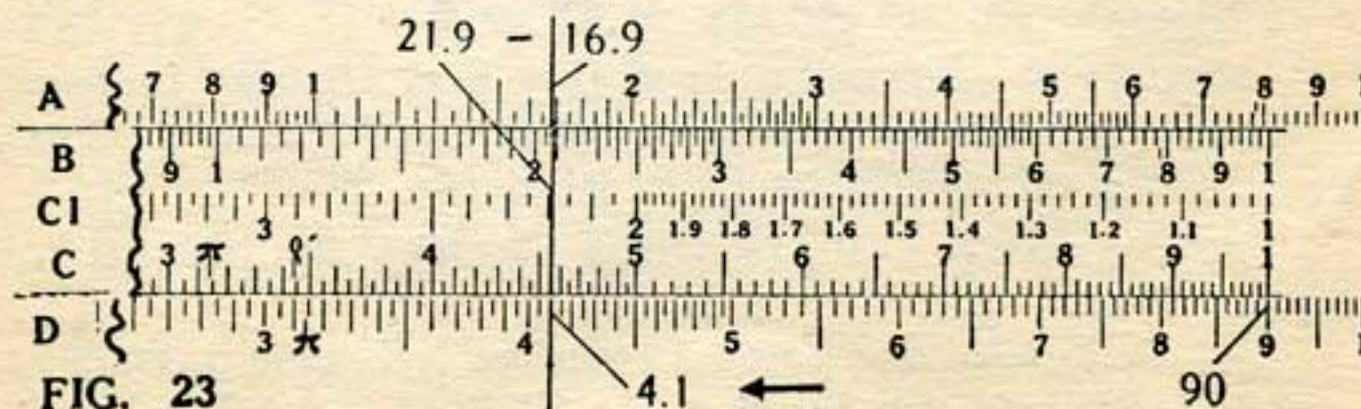


FIG. 23

Ejemplo 32. $x^3 + 1.75x + 6 = 0$.

a) Coincidir C 10 con D 6.

b) Deslizando el cursor se encuentran los valores CI 4 — A 2.25 = 1.75. La respuesta se lee D = 1.5 $\therefore x_1 = -1.5$ (Fig. 24).

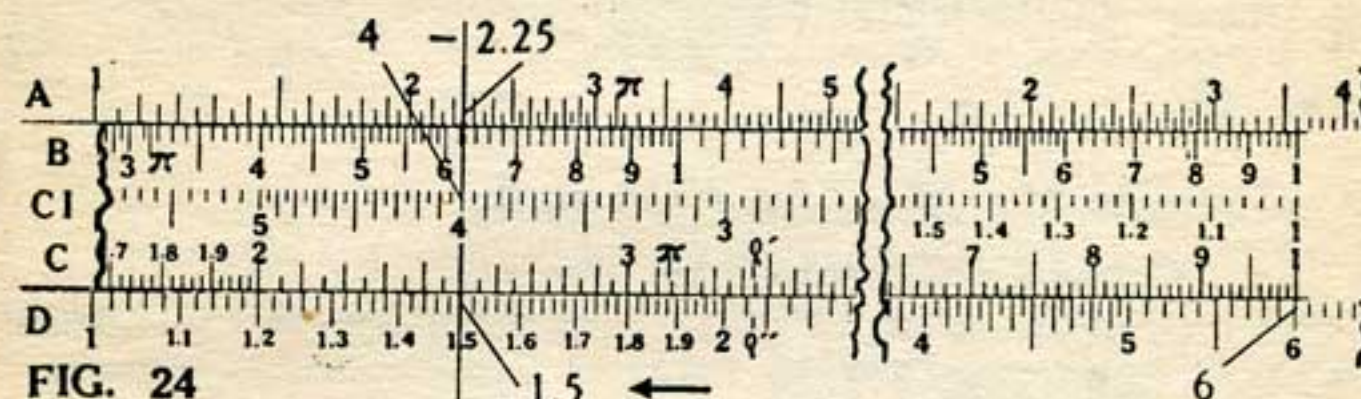


FIG. 24

Ejemplo 33. $x^3 - 12x + 16 = 0$.

Se procede igual que en los ejemplos anteriores, pero teniendo en cuenta que la diferencia es negativa (en este caso -12) el valor encontrado en la escala recíproca CI deberá ser menor al valor encontrado en la escala A, de esta manera CI — A = -12 (x_1 = valor negativo también).

a) Coincidir C 1 con D 16.

b) Deslizando el cursor se buscan dos valores en las escalas CI y A de manera que su diferencia sea igual a -12 . En este caso CI 4 — A 16 = -12 (puesto que $4 - 16 = -12$). La respuesta se lee en D = 4 $\therefore x_1 = -4$ (Fig. 25). Las otras dos raíces tienen por valor $+2$.

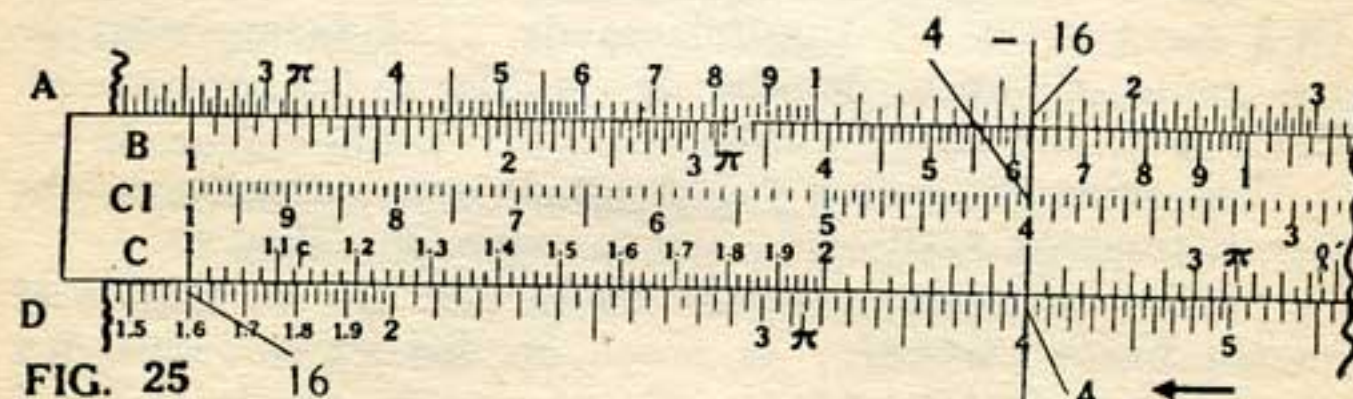


FIG. 25

Ejemplo 34. $x^3 - 5x + 12 = 0$.

a) Coincidir C 1 con D 12.

b) Deslizando el cursor se halla: CI 4 — A 9 = -5 . La respuesta se lee debajo de la línea del cursor en D = 3 $\therefore x_1 = -3$ (Fig. 26).

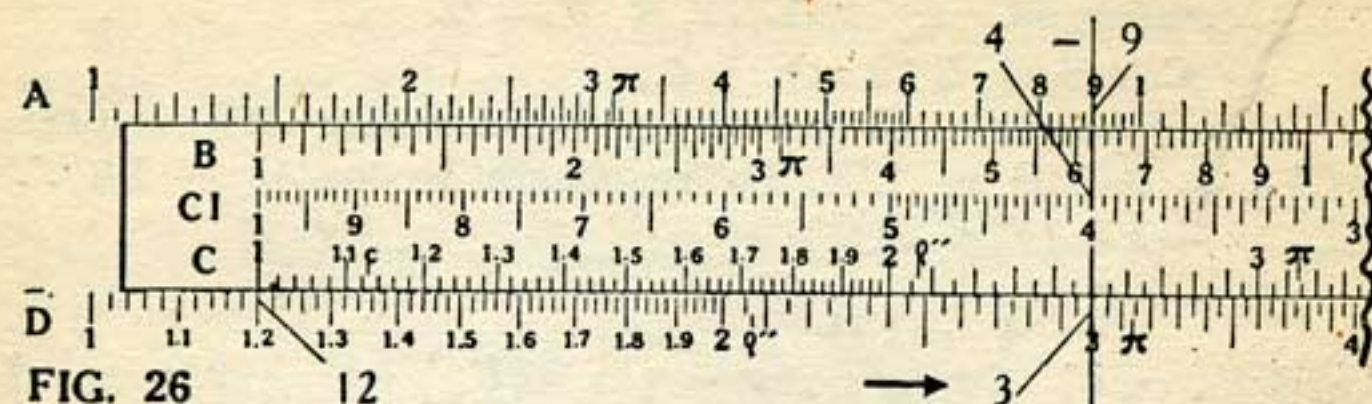


FIG. 26

Ejemplo 35. $x^3 - 8x + 18 = 0$.

a) Coincidir CI con D 18.

b) CI 5 — A 13 = —8. Respuesta en D = 3.6 \therefore
 $x_1 = -3.6$ (Fig. 27).

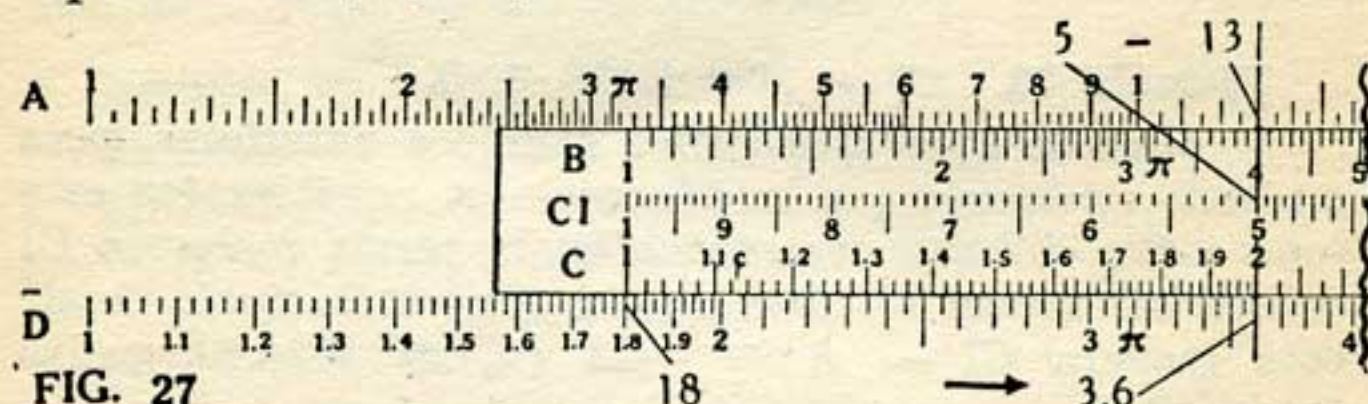


FIG. 27

IMPORTANTE: Con excepción del ejemplo 33, las otras dos raíces de los ejemplos del 25 al 35 son imaginarias.

Ejemplo 36. $x^3 - 7x - 6 = 0$.

a) Coincidir C 10 con D 6.

b) Deslizando el cursor encontramos que: CI 2 — A 9 = —7 (coeficiente de x). La respuesta se lee como siempre debajo de la línea del cursor en D = 3. $x_1 = +3$ (Fig. 28).

Las otras dos raíces (x_2 y x_3) de esta ecuación se obtienen también fácilmente con la regla de cálculo:

c) Con la misma posición de la Fig. 28, se desliza el cursor hasta encontrar la suma de dos valores que sea igual a —7 (coeficiente de x), uno en la escala CI y el otro en la escala A; en este caso CI —3 + A —4 = —7, y se lee el resultado en la escala D = 2 $\therefore x_2 = -2$ (raíz negativa).

d) Para la tercera raíz se procede de la misma manera: CI —6 + A —1 = —7, y se lee el resultado en la escala D = 1 $\therefore x_3 = -1$ (raíz negativa).

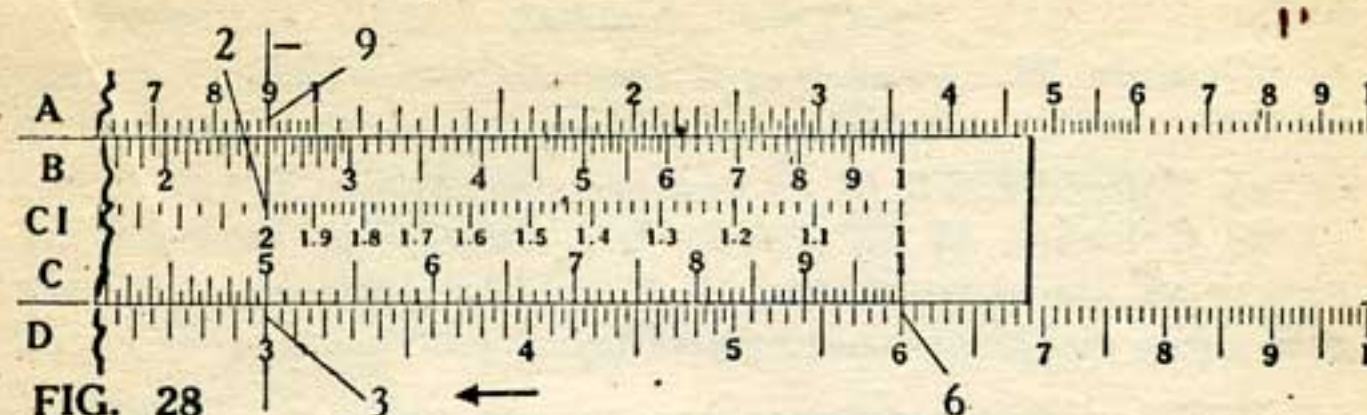


FIG. 28

NOTA: Si el término independiente 6 es negativo, la mayor raíz en valor absoluto es positiva ($x_1 = +3$) y las otras dos son negativas: ($x_2 = -2$; $x_3 = -1$). Debe tenerse en cuenta que la suma de las tres raíces, en estos casos, es igual a CERO: $+3 - 2 - 1 = 0$.

Si el término independiente 6 fuera positivo (+6), es decir: $x^3 - 7x + 6 = 0$, la mayor raíz en valor absoluto es negativa ($x_1 = -3$) y las otras dos son positivas: ($x_2 = +2$; $x_3 = +1$).

CARACTER DE LAS RAICES EN LAS ECUACIONES DE TERCER GRADO.

IMPORTANTE: En todas las ecuaciones de tercer grado se puede saber fácilmente el carácter de las raíces antes de obtener los resultados, presentándose **TRES CASOS**.

PRIMER CASO: Cuando en el trinomio $x^3 + bx + c$, el binomio $b^3/27 + c^2/4$ es menor que CERO, las raíces son reales y de diferente valor. (Este binomio siempre será menor que CERO cuando b es negativo, como en el ejemplo 36, no importando que c sea positivo o negativo). Cuando c es negativo, como en el ejemplo 36, una raíz es positiva (la de mayor valor absoluto) y las otras dos son negativas. Cuando c es positivo (+c), una raíz es negativa y las otras dos positivas: (último párrafo del ejemplo 36).

Cálculo de $b^3/27$ y de $c^2/4$ con la regla.

Calcular $\frac{b^3}{27}$ equivalente a: $\frac{b^3}{3^3}$ (puesto que $27 = 3^3$).

Ejemplo 37. $\frac{(-7)^3}{3^3} = \frac{-343}{27} = -12.7.$

- a) Coincidir C 3 (3 es una constante) con D 1.
 b) Colocado el cursor en D 7, debajo de la línea del cursor se lee el resultado en K = 12.7 (que se considera con signo negativo: -12.7) (Fig. 29).

NOTA: Hay ocasiones en que es necesario coincidir C 3 con D 10.

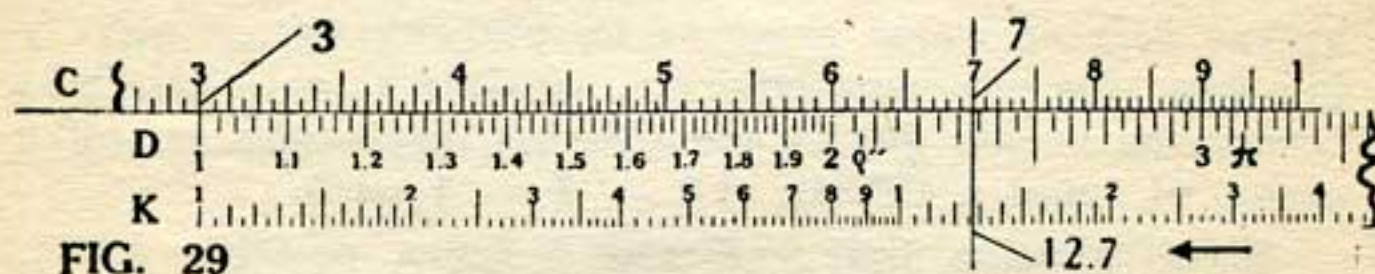


FIG. 29

Ejemplo 38. $\frac{(-6)^2}{4} = \frac{(-6)^2}{2^2} = \frac{36}{4} = 9.$

- a) Coincidir C 2 (2 es una constante) con D 1.
 b) Colocado el cursor en C 6, debajo de la línea del cursor se lee el resultado en A = 9 (Fig. 30). (-12.7 + 9) menor que CERO.

NOTA: Hay ocasiones en que es necesario coincidir C 2 con D 10.

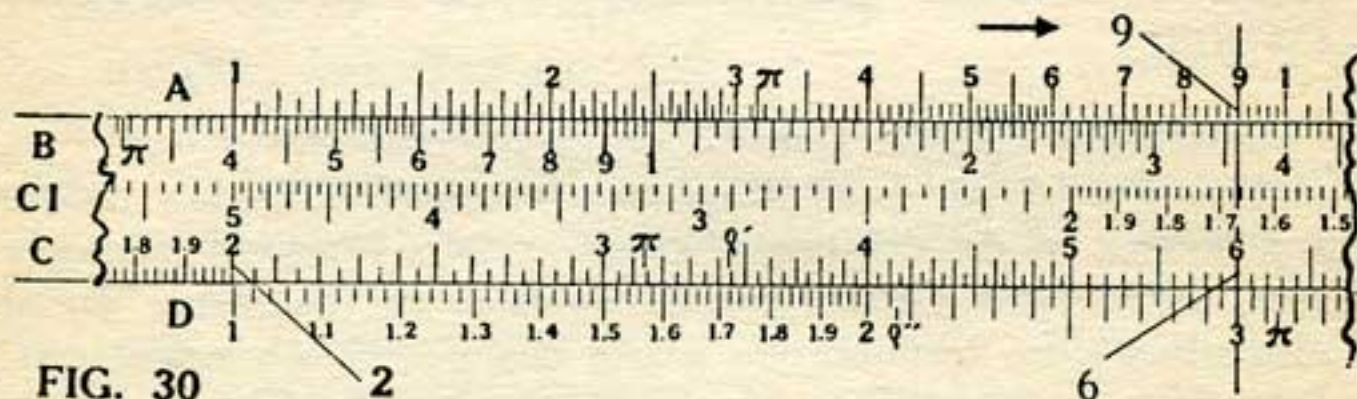


FIG. 30

SEGUNDO CASO: Cuando $b^3/27 + c^2/4$ es mayor que CERO, entonces la ecuación tiene una raíz real y dos raíces imaginarias conjugadas.

La raíz real se obtiene por medio de la regla de cálculo y su signo es contrario al del término c. (Ejemplos: 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 34, 35).

Para obtener las dos raíces imaginarias se procede según lo indicado en el inciso d) del mismo ejemplo 25.

TERCER CASO: Cuando $b^3/27 + c^2/4$ es igual a CERO, la ecuación tiene una raíz real con signo contrario al término independiente c, y las otras dos raíces también son reales e iguales a la mitad de la primera raíz y con igual signo al término c. **Ejemplo 33,** en donde la ecuación $x^3 - 12x + 16 = 0$ tiene como primera raíz $x_1 = -4$, y las otras dos raíces son: $x_2 = 4/2 = +2$; $x_3 = 4/2 = +2$.

En dicha ecuación podemos ver que:

$$\frac{(-12)^3}{27} + \frac{16^2}{4} = -64 + 64 = 0.$$

(Véanse ejemplos 37 y 38 y dibujos correspondientes.)

Ejemplo 39. $x^3 - 9x + 80 = 0$ (2º caso: binomio mayor que CERO).

- a) Coincidir C 10 con D 80.
 b) Con ayuda del cursor se encuentra:

$$CI\ 16 - A\ 25 = -9.$$

c) Respuesta debajo de la línea del cursor, en: D = 5. La primera raíz es $x_1 = -5$, y las otras dos raíces son imaginarias (Fig. 31).

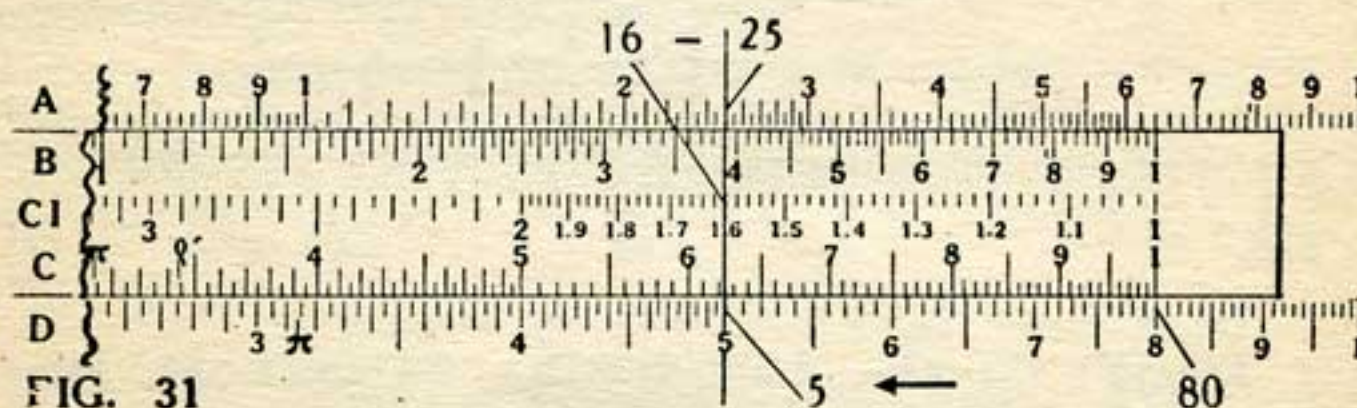


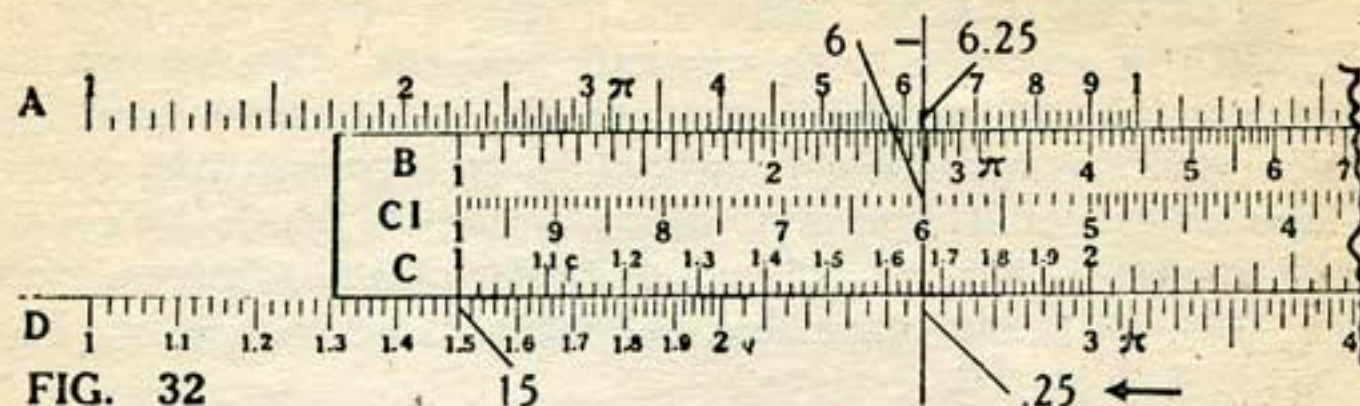
FIG. 31

Ejemplo 40. $x^3 - 0.25x - 15 = 0$ (2º caso: binomio mayor que CERO).

- a) Coincidir C 1 con D 15.
 b) Con ayuda del cursor se encuentra:

$$CI\ 6 - A\ 6.25 = -0.25.$$

raíz $x_1 = -0.25$, en la escala D, y las otras dos raíces son imaginarias (Fig. 32).

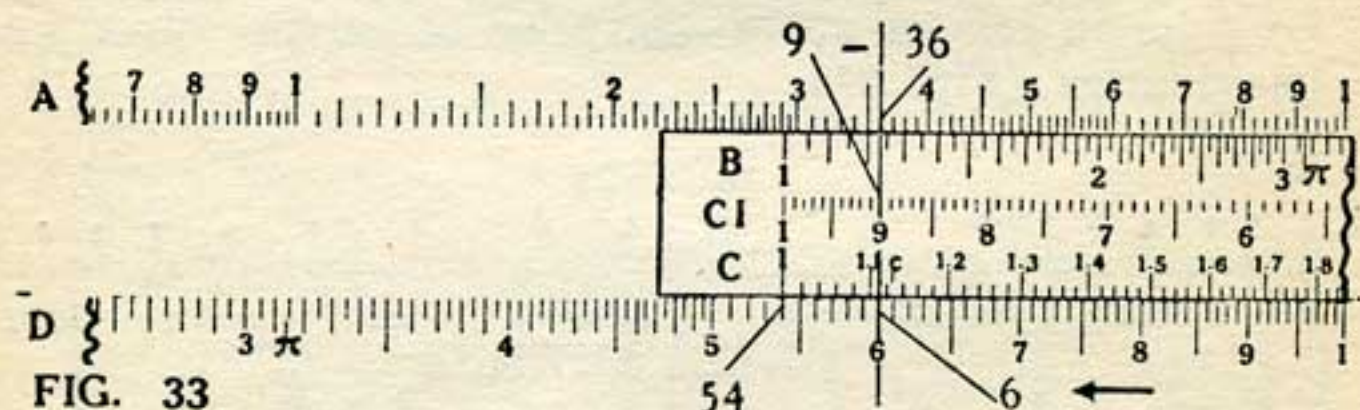


Ejemplo 41. $x^3 - 27x - 54 = 0$ (tercer caso: binomio = CERO).

Como $-27^3/27 + (-54)^2/4 = -729 + 729 = 0$; por lo tanto las tres raíces son reales: la mayor es positiva (signo contrario a -54) y las otras dos raíces son negativas y su valor es la mitad de la primera raíz, en valor absoluto.

a) Coincidir C 1 con D 54.

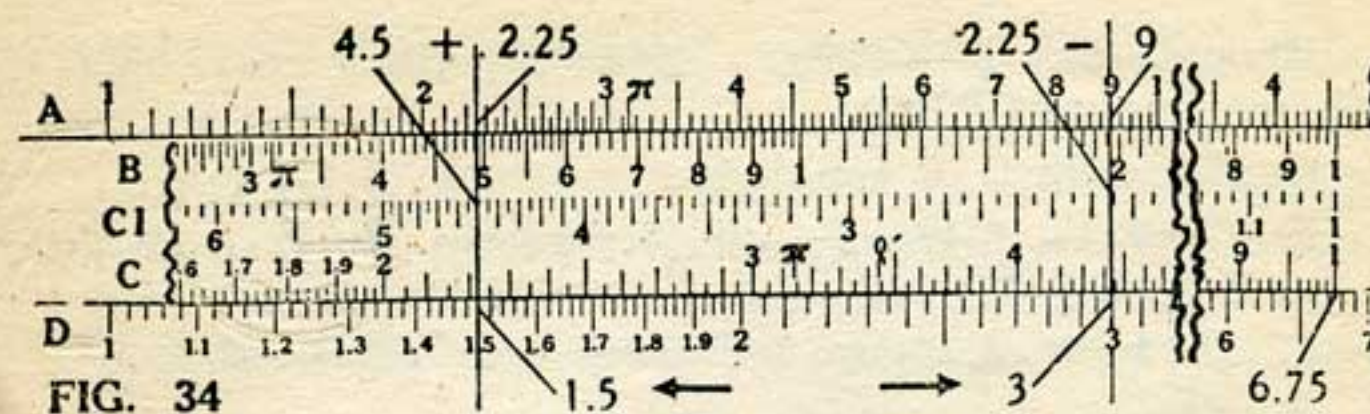
b) Con ayuda del cursor se encuentran dos valores CI 9 — A 36 = -27 . En la escala D = 6 está la respuesta $\therefore x_1 = +6$; $x_2 = -3$, $x_3 = -3$ (Fig. 33).



Ejemplo 42. $x^3 - 6.75x + 6.75 = 0$ (tercer caso: binomio = 0).

a) Coincidir C 10 con D 6.75.

b) Deslizado el cursor se encuentran los valores CI 2.25 — A 9 = -6.75 . Debajo de la línea del cursor en la escala D = 3 se encuentra la respuesta $\therefore x_1 = -3$; $x_2 = +1.5$; $x_3 = +1.5$. Este valor 1.5 también puede encontrarse con la regla: se desliza el cursor hasta encontrar dos valores cuya suma sea igual a -6.75 . en este caso: CI $-4.5 + A -2.25 = -6.75$ (Fig. 34) Respuesta en D = 1.5.



Ejemplo 43. $x^3 - 52x + 96 = 0$; (primer caso: binomio menor que CERO).

Tiene 3 raíces diferentes y la mayor es negativa puesto que $+96$ es positivo. (La suma de las otras dos raíces es igual a la primera raíz y de signo contrario). Las tres raíces pueden obtenerse con la regla de cálculo:

a) Coincidir C 10 con D 96.

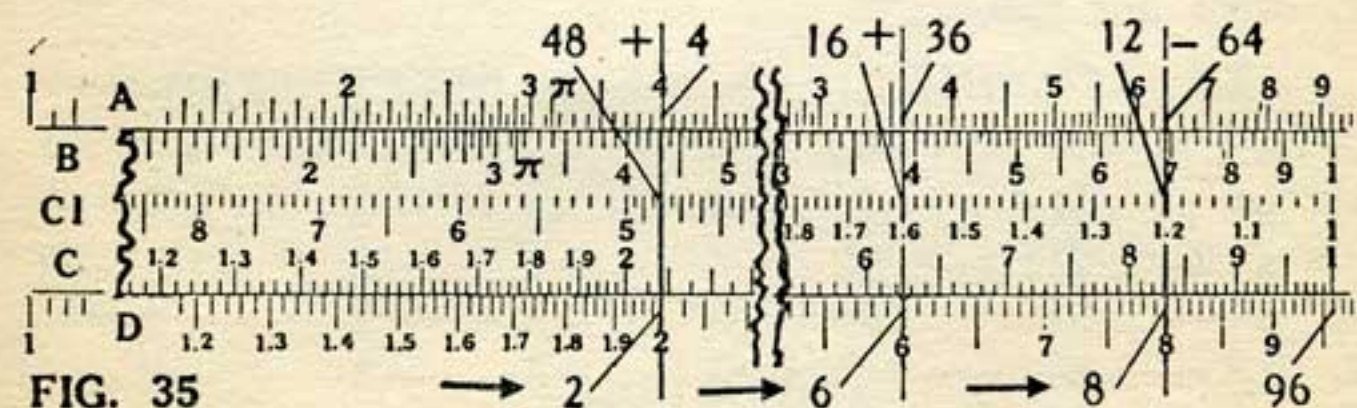
b) Deslizado el cursor encontramos

$$CI\ 12 - A\ 64 = -52.$$

En la escala D = 8 (debajo de la línea del cursor) está la primera raíz: $x_1 = -8$ (Fig. 35).

c) Deslizado el cursor a la izquierda encontramos que CI 16 + A 36 = 52. Debajo de la línea del cursor se encuentra en D = 6 el valor de la raíz: $x_2 = +6$.

d) Deslizado el cursor más a la izquierda encontramos que CI 48 + A 4 = 52. Debajo de la línea del cursor se encuentra en D = 2 el valor de la tercera raíz: $x_3 = +2$.



IMPORTANTE: Téngase en cuenta que siempre en este caso para la raíz mayor se restan los valores de las escalas CI — A = coeficiente de x. Y para las otras dos raíces se suman CI + A = coeficiente de x.

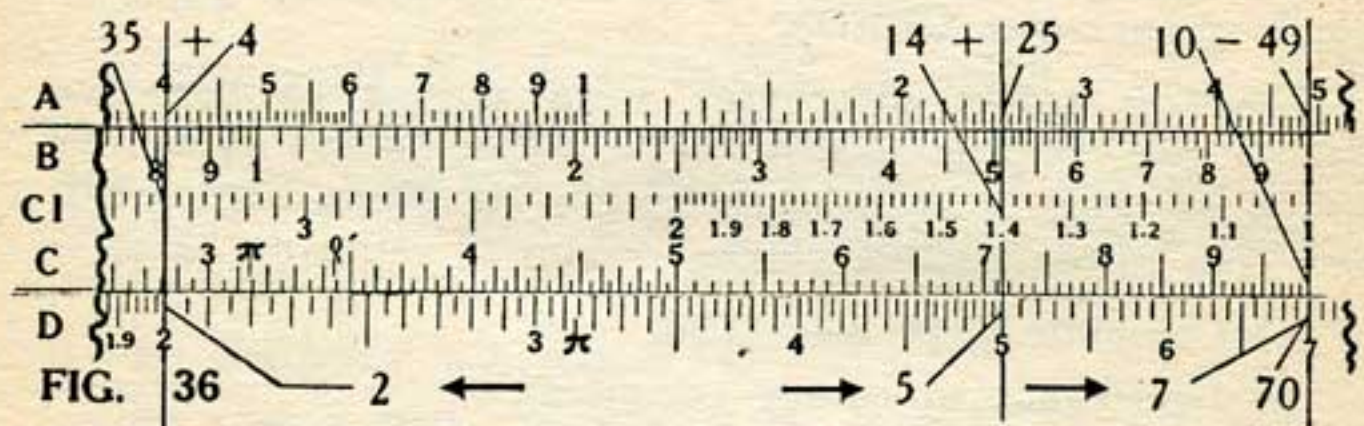
Ejemplo 44. $x^3 - 39x - 70 = 0$ (primer caso: binomio menor que CERO).

a) Coincidir C 10 con D 70.

b) CI 10 — A 49 = —39. Respuesta en D = 7 $\therefore x_1 = +7$ (fig. 36).

c) CI 14 + A 25 = 39. Respuesta en D = 5 $\therefore x_2 = -5$.

d) CI 35 + A 4 = 39. Resp. en D = 2 $\therefore x_3 = -2$.



NOTA: Para conocer el carácter de las raíces es conveniente practicar con valores diferentes, teniendo en cuenta las instrucciones dadas en los ejemplos 37 y 38 (Figs. 29 y 30).

EJERCICIOS

PRIMER CASO: Cuando el binomio $b^3/27 + c^2/4$ es menor que CERO. (Las raíces son reales y de diferente valor, siendo la mayor de signo contrario al término independiente c , y su valor absoluto es igual a la suma de las otras dos raíces).

ECUACIONES:

				x_1	x_2	x_3
51.	$x^3 -$	$13x +$	$12 = 0$	-4	+3	+1
52.	$x^3 -$	$13x -$	$12 = 0$	+4	-3	-1
53.	$x^3 -$	$52x +$	$96 = 0$	-8	+6	+2
54.	$x^3 -$	$28x -$	$48 = 0$	+6	-4	-2
55.	$x^3 -$	$28x +$	$48 = 0$	-6	+4	+2
56.	$x^3 -$	$63x +$	$162 = 0$	-9	+3	+6
57.	$x^3 -$	$3.25x -$	$1.5 = 0$	+2	-0.5	-1.5
58.	$x^3 -$	$19x -$	$30 = 0$	+5	-2	-3
59.	$x^3 -$	$39x -$	$70 = 0$	+7	-2	-5
60.	$x^3 -$	$7.75x +$	$3.75 = 0$	-3	+0.5	+2.5

RESPUESTAS:

(Los anteriores ejercicios se resuelven como los ejemplos 43 y 44).

NOTA: Según regla adoptada en álgebra, cuando un monomio es positivo, no es necesario escribir el signo +, pero en estos casos se ha escrito dicho signo para mayor distinción entre las raíces negativas y las positivas.

SEGUNDO CASO: Cuando el binomio $b^3/27 + c^2/4$ es mayor que CERO, la ecuación tiene una raíz real con signo contrario al del término independiente c . Las otras dos raíces son imaginarias conjugadas, y se obtienen teniendo en cuenta las instrucciones dadas en el ejemplo 25 inciso d).

ECUACIONES:

Raíz real: $x_1 =$

61.	$x^3 +$	$5x +$	$18 = 0$	-2
62.	$x^3 +$	$11x +$	$180 = 0$	-5
63.	$x^3 +$	$2.5x +$	$13 = 0$	-2
64.	$x^3 +$	$1.5x +$	$11 = 0$	-2
65.	$x^3 -$	$5x +$	$12 = 0$	-3
66.	$x^3 +$	$20x -$	$180 = 0$	+4.5
67.	$x^3 +$	$6x -$	$180 = 0$	+5.3
68.	$x^3 -$	$217x +$	$120 = 0$	-15
69.	$x^3 +$	$3.75x -$	$56 = 0$	+3.5
70.	$x^3 -$	$19x +$	$210 = 0$	-7

(Los anteriores ejercicios se resuelven como los ejemplos del 25 al 32).

TERCER CASO: Cuando el binomio $b^3/27 + c^2/4$ es igual a CERO. La ecuación tiene una raíz real con signo contrario al término independiente c , y las otras dos raíces también son reales e iguales a la mitad de la primera raíz y con el mismo signo del término c .

EJERCICIOS:

				x_1	x_2	x_3
71.	$x^3 -$	$3x +$	$2 = 0$	-2	+1	+1
72.	$x^3 -$	$48x -$	$128 = 0$	+8	-4	-4
73.	$x^3 -$	$27x -$	$54 = 0$	+6	-3	-3
74.	$x^3 -$	$108x +$	$432 = 0$	-12	+6	+6

75.	$x^3 - 75x - 250 = 0$	+10	-5	-5
76.	$x^3 - 18.75x + 31.25 = 0$	-5	+2.5	+2.5
77.	$x^3 - 0.75x - 0.25 = 0$	+1	-0.5	-0.5
78.	$x^3 - 4.75x + 3.75 = 0$	-2.5	+1	+1.5
79.	$x^3 - 1.08x - 0.432 = 0$	-1.2	+0.6	+0.6
80.	$x^3 - 36.75x - 85.75 = 0$	+7	-3.5	-3.5

(Los anteriores ejercicios se resuelven siguiendo las instrucciones dadas en los ejemplos 33, 41 y 42.)

2.—RESOLUCION DE ECUACIONES DE TERCER GRADO DE LA FORMA:

$$x^3 + bx^2 + c = 0$$

(La primera raíz x_1 es negativa y se lee en la escala recíproca CI.) La operación consiste en $CI - A = b$ (coeficiente de x^2).

Ejemplo 45. $x^3 + 2x^2 + 245 = 0$.

a) Coincidir el extremo izquierdo de la escala B con A 245 (valor del término independiente).

b) Deslizar el cursor hasta encontrar dos valores, uno en la escala recíproca CI y otro en la escala A cuya diferencia sea igual a b (coeficiente de x^2), en este caso $CI 7 - A 5 = 2$. La respuesta 7 se lee en la escala CI. Resp. $x_1 = -7$ (Fig. 37).

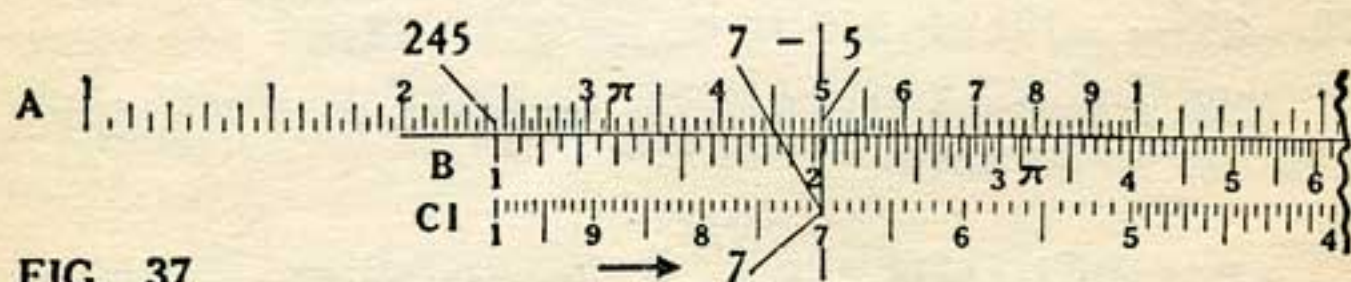


FIG. 37

Las otras dos raíces son imaginarias y se obtienen dividiendo el trinomio $x^3 + bx^2 + c = 0$ entre un binomio en el cual el primer término es x y el segundo término es el valor de la primera raíz con signo contrario, en este caso: $(x + 7)$. Igualando a CERO el cociente se obtiene una ecuación de segundo grado, la cual se resuelve para obtener las otras dos raíces.

$(x^3 + 2x^2 + 245) : (x + 7) = x^2 - 5x + 35$, la ecuación de segundo grado: $x^2 - 5x + 35 = 0$, se resuelve aplicando la fórmula algebraica: $ax^2 + bx + c = 0$;

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}; \text{ sustituyendo:}$$

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 140}}{2(1)} = \frac{5 \pm \sqrt{-115}}{2}$$

Los valores de las otras dos raíces son:

$$x_2 = \frac{5 + \sqrt{-115}}{2}; \quad x_3 = \frac{5 - \sqrt{-115}}{2}$$

IMPORTANTE: Conviene tener en cuenta el valor del discriminante $b^2 - 4c$, pues si éste es mayor que CERO sus valores son reales y pueden obtenerse por medio de la regla de cálculo, según instrucciones dadas anteriormente.

Ejemplo 46. $x^3 + x^2 + 18 = 0$.

a) Coincidir el extremo derecho de la escala B con A 18 (término independiente).

b) Deslizando la reglilla se obtiene: $CI 3 - A 2 = 1$ (coeficiente de x^2), la respuesta se lee, por consiguiente, en la escala CI = 3, y el valor de la primera raíz es: $x_1 = -3$ (Fig. 38).

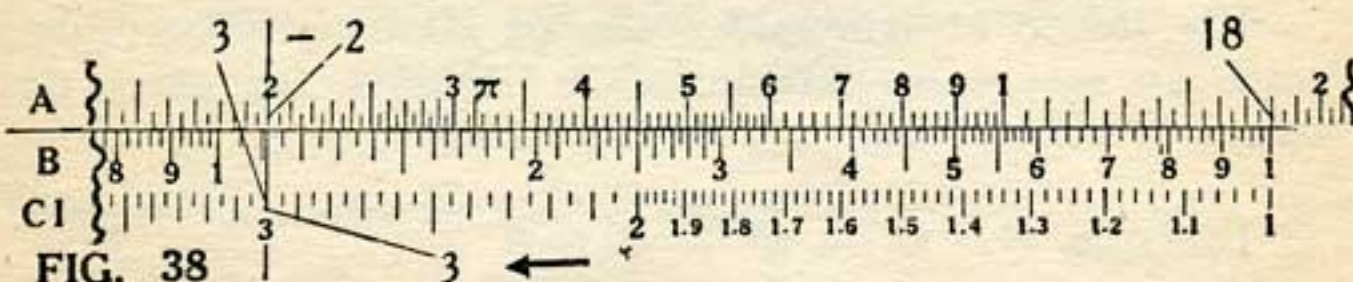


FIG. 38

Las otras dos raíces son imaginarias y se obtienen siguiendo las instrucciones del ejemplo anterior.

Ejemplo 47. $x^3 + 1.5x^2 + 121 = 0$.

a) Coincidir B 1 con A 121.

b) Deslizando el cursor encontramos que

$$CI 5.5 - A 4 = 1.5 \text{ (coeficiente de } x^2 \text{)}.$$

Respuesta: $x_1 = -5.5$ (Fig. 39).

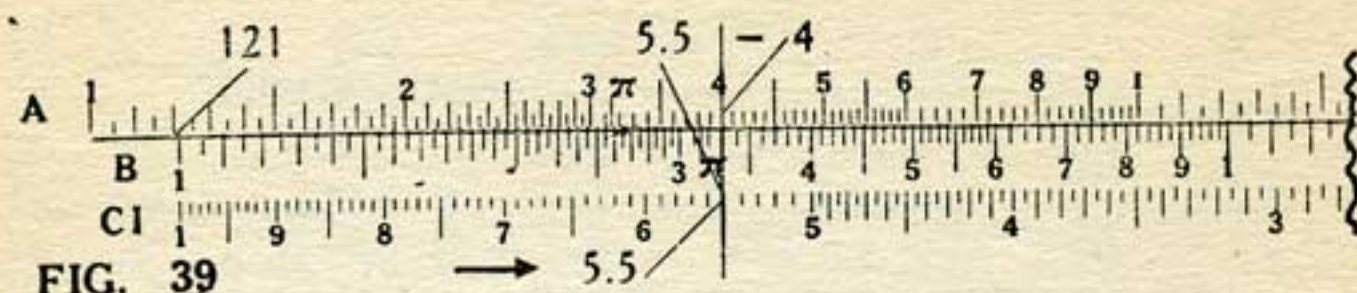


FIG. 39

3.—RESOLUCION DE ECUACIONES DE TERCER GRADO DE LA FORMA:

$$x^3 - bx^2 - c = 0$$

(La primera raíz es positiva.)

Ejemplo 48. $x^3 - 1.5x^2 - 13.5 = 0$.

a) Coincidir el extremo derecho de la escala B con A 13.5.

b) Deslizand el cursor encontramos que CI 3 — A 1.5 = 1.5 (valor absoluto del coeficiente de x^2).

Respuesta: $x_1 = +3$ (Fig. 40).

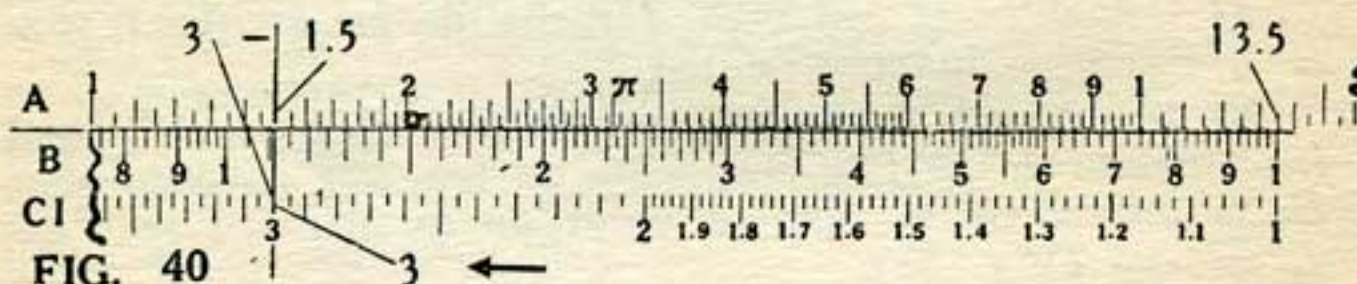


FIG. 40

Dividiendo el trinomio entre $(x - 3)$ y procediendo como en los casos anteriores, se obtienen las otras dos raíces (imaginarias).

Ejemplo 49. $x^3 - x^2 - 4 = 0$.

a) Coincidir el extremo derecho de la escala B con A 4.

b) Deslizand el cursor encontramos que:

CI 2 — A 1 = 1 (valor absoluto del coeficiente de x^2).

Respuesta: $x_1 = +2$ (Fig. 41).

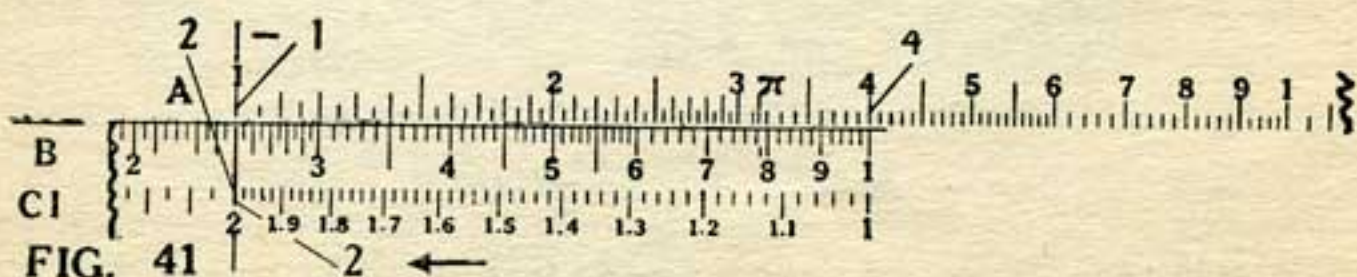


FIG. 41

Ejemplo 50. $x^3 - 5.5x^2 - 160 = 0$.

a) Coincidir B 1 con A 160.

b) Deslizand el cursor encontramos que:

CI 8 — A 2.5 = 5.5 (valor absoluto del coeficiente de x^2)

Respuesta: $x_1 = +8$. (Fig. 42). Las otras dos raíces son imaginarias.

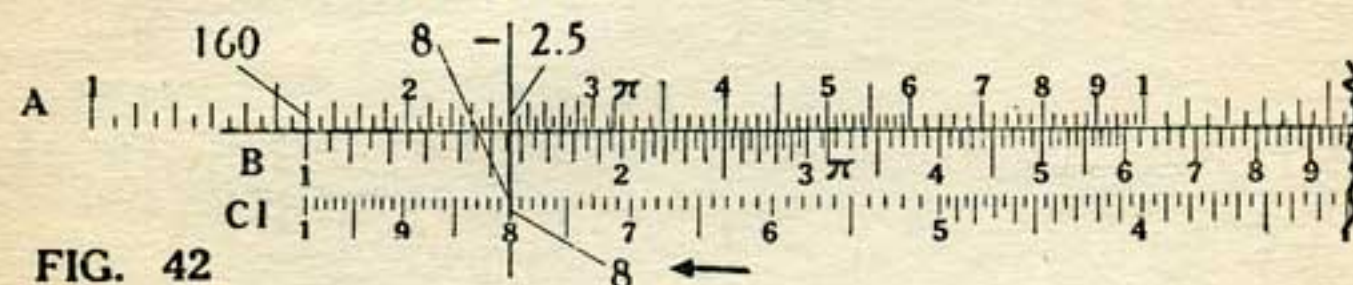


FIG. 42

EJERCICIOS:

	$x_1 =$
81. $x^3 + 2x^2 + 75 = 0$	—5
82. $x^3 + 2.5x^2 + 24 = 0$	—4
83. $x^3 + 3x^2 + 196 = 0$	—7
84. $x^3 + 3.2x^2 + 45 = 0$	—5
85. $x^3 + 1.5x^2 + 13.5 = 0$	—3
86. $x^3 - 2x^2 - 75 = 0$	+5
87. $x^3 - 1.5x^2 - 24.5 = 0$	+3.5
88. $x^3 - 2x^2 - 32 = 0$	+4
89. $x^3 - 2.5x^2 - 169 = 0$	+6.5
90. $x^3 - 0.2x^2 - 135.2 = 0$	+5.2

4.—RESOLUCION DE ECUACIONES DE TERCER GRADO DE LA FORMA:

$$x^3 - bx^2 + c = 0$$

(La primera raíz es real y negativa.)

Ejemplo 51. $x^3 - 5x^2 + 144 = 0$.

a) Coincidir B 1 con A 144.

b) Deslizar el cursor hasta que: CI 4 — A 9 = —5 (coeficiente de x^2). En la escala CI se lee la respuesta: $x_1 = -4$ (Fig. 43). Las otras dos raíces son imaginarias.

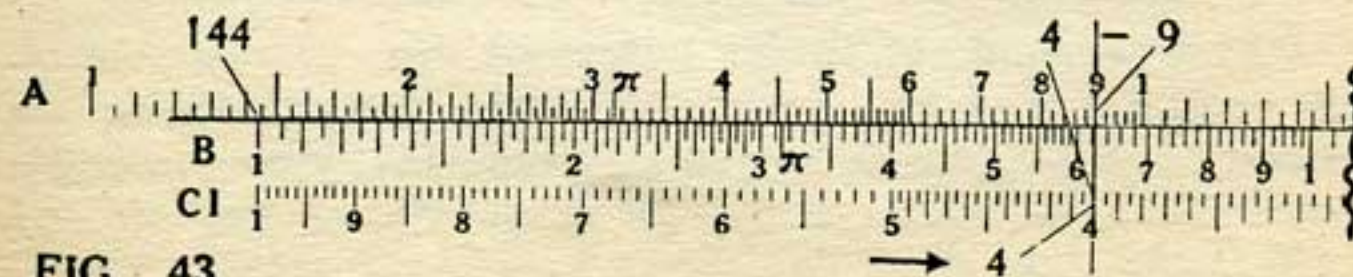
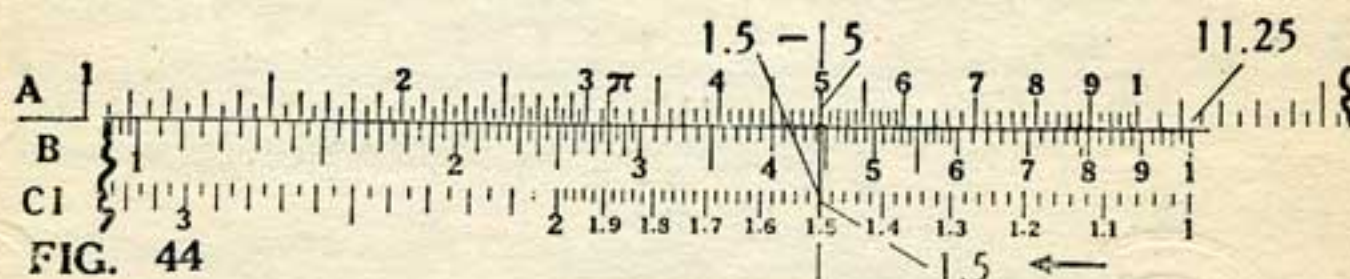


FIG. 43

Ejemplo 52. $x^3 - 3.5x^2 + 11.25 = 0$.

a) Coincidir el extremo derecho de la escala B con A 11.25.

b) Deslizando el cursor se encuentran dos valores de manera que $CI\ 1.5 - A\ 5 = -3.5$ (coeficiente de x^2). En la escala recíproca CI se lee la respuesta: $x_1 = -1.5$ (Fig. 44). Las otras dos raíces son imaginarias.



EJERCICIOS

91.	$x^3 - 3x^2 + 20 = 0$	$x_1 = -2$
92.	$x^3 - x^2 + 80 = 0$	-4
93.	$x^3 - 13x^2 + 144 = 0$	-3
94.	$x^3 - 21x^2 + 400 = 0$	-4
95.	$x^3 - 3.5x^2 + 11.25 = 0$	-1.5

5.—RESOLUCION DE ECUACIONES DE TERCER GRADO DE LA FORMA:

$$x^3 + bx^2 - c = 0; \quad (A - CI = b)$$

La primera raíz es real y positiva, y las otras dos pueden ser imaginarias o bien reales y negativas, en este último caso pueden ser desiguales o iguales). Para obtener las dos últimas raíces deben seguirse las instrucciones dadas en el ejemplo número 45.

Ejemplo 53. $x^3 + 11x^2 - 240 = 0$;
($A\ 15 - CI\ 4 = 11$)

a) Coincidir B 1 con A 240 (término independiente).

b) Deslizando el cursor buscamos dos valores, uno en la escala A y el otro en la escala CI, cuya diferencia sea igual al coeficiente de x^2 (en este caso 11), y se encuentra que: $A\ 15 - CI\ 4 = 11$, la respuesta es: $x_1 = +4$ (Fig. 45). Las otras dos raíces son imaginarias.

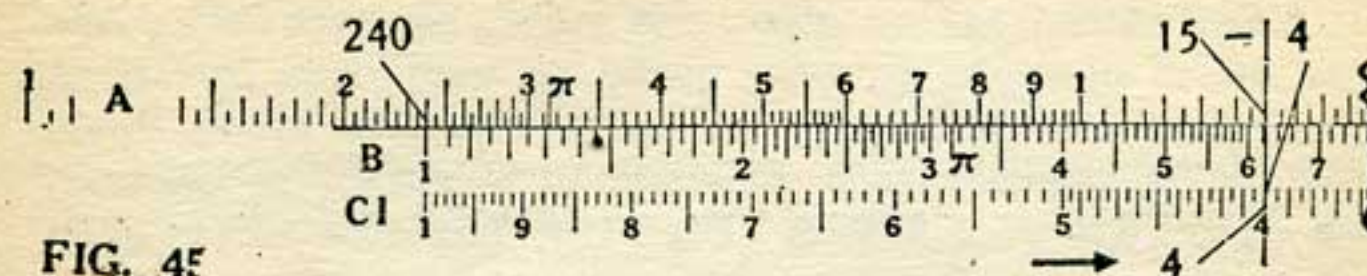


FIG. 45

Ejemplo 54. $x^3 + 11x^2 - 150 = 0$;
(Los tres valores en la escala CI.)

a) Coincidir B 1 con A 150.

b) Se desliza el cursor hasta encontrar que:

$$A\ 14.25 - CI\ 3.25 = 11 \text{ (coeficiente de } x^2 \text{)}.$$

Resp. $x_1 = +3.25$ (Fig. 46).

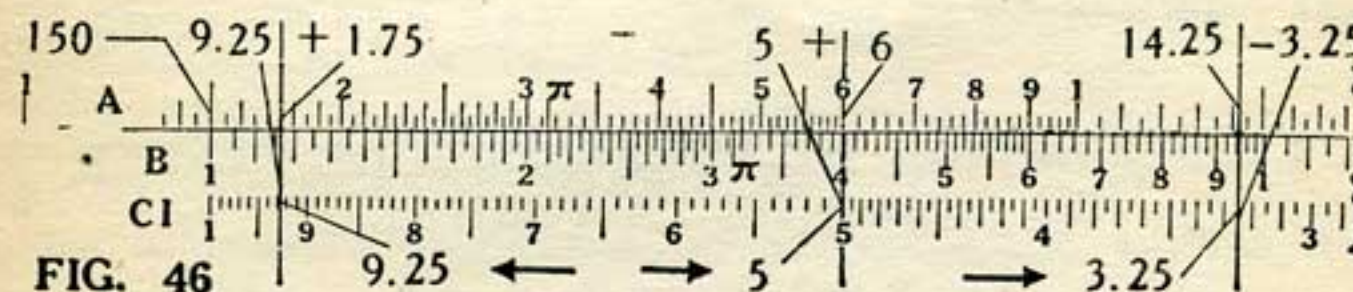


FIG. 46

Siguiendo las instrucciones dadas en el ejemplo 45 se encontrará que las otras dos raíces son reales y desiguales: -5 y -9.25 .

Con la regla de cálculo también pueden obtenerse estos resultados, buscando dos valores cuya suma sea igual al coeficiente de x^2 , y son:

$$CI\ 5 + A\ 6 = 11; \quad CI\ 9.25 + A\ 1.75 = 11.$$

Las otras dos raíces son: -5 y -9.25 .

Ejemplo 55. $x^3 + 9x^2 - 108 = 0$.

a) Coincidir B 1 con A 108.

b) Se desliza el cursor hasta encontrar que:

$$A\ 12 - CI\ 3 = 9 \text{ (coeficiente de } x^2 \text{)}.$$

Resp. $x_1 = +3$ (Fig. 47).

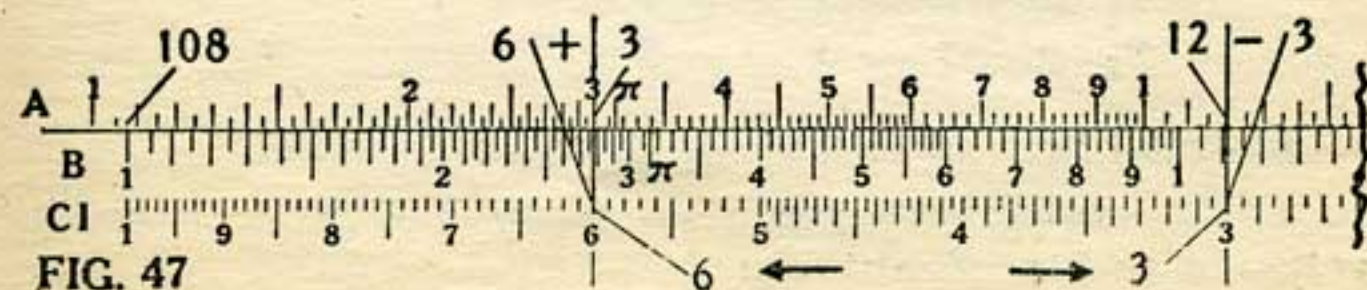


FIG. 47

Para encontrar las otras dos raíces se hace lo mismo que en el ejemplo anterior, pero en este caso las otras dos raíces son iguales y su valor absoluto es el doble a la de la primera raíz. Deslizándolo el cursor se encuentra que: $CI\ 6 + A\ 3 = 9$ (Fig. 47). Las tres raíces son:

$$+3, -6, -6.$$

EJERCICIOS

		x_1	x_2	x_3
96.	$x^3 + 7x^2 - 300 = 0$	+5	i	i
97.	$x^3 + 3x^2 - 490 = 0$	+7	i	i
98.	$x^3 + 13x^2 - 144 = 0$	+3	-4	-12
99.	$x^3 + 5x^2 - 18 = 0$	+1.65	-3	-3.65
100.	$x^3 + 6x^2 - 32 = 0$	+2	-4	-4
101.	$x^3 + 15x^2 - 500 = 0$	+5	-10	-10

6.—RESOLUCION DE ECUACIONES DE TERCER GRADO DE LA FORMA:

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0.$$

Ejemplo 56. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0.$

Primeramente se hace una transformación a un trinomio sin término de 2º grado sustituyendo x por $x - (a/3)$.

a) Se sustituye x por $x - (3/3)$, o sea $x = (x - 1)$, y la ecuación se transforma en:

$$(x - 1)^3 + 3(x - 1)^2 - 4(x - 1) - 12 = x^3 - 7x - 6.$$

La ecuación: $x^3 - 7x - 6 = 0$ se resuelve como el ejemplo 36, obteniéndose los valores $+3, -2$ y -1 .

b) Para obtener las raíces de la ecuación del ejemplo 56, se agrega a cada uno de dichos valores -1 , que es el segundo término del binomio $(x - 1)$. La respuesta final es:

$$x_1 = +3 - 1 = +2$$

$$x_2 = -2 - 1 = -3$$

$$x_3 = -1 - 1 = -2$$

Ejemplo 57. $x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0.$

a) Se sustituye x por $x - (-3/3) = x + 1$, y la ecuación se transforma en:

$$(x + 1)^3 - 3(x + 1)^2 - 4(x + 1) + 12 = 0$$

y resulta: $x^3 - 7x + 6 = 0$

que se resuelve según lo indicado en el último párrafo del ejemplo 36, cuyas raíces son: $-3, +2$ y $+1$.

RESPUESTA: Sumando $+1$ (segundo término de $x + 1$) a estas raíces, se obtienen por último los valores de las raíces del ejemplo 57:

$$x_1 = -3 + 1 = -2$$

$$x_2 = +2 + 1 = +3$$

$$x_3 = +1 + 1 = +2$$

Ejemplo 58. $x^3 + 6x^2 - 27x - 140 = 0$

Sustituyendo x por $x - a/3 = x - 6/3 = (x - 2)$, la ecuación se transforma en:

$$(x - 2)^3 + 6(x - 2)^2 - 27(x - 2) - 140 = 0$$

y resulta: $x^3 - 39x - 70 = 0$

que se resuelve siguiendo un procedimiento similar al ejemplo 36:

a) Coincidir C 10 con D 70.

b) Con ayuda del cursor, por medio de tanteos, se encuentran los valores de las tres raíces:

$$CI\ 10 - A\ 49 = -39; \text{ Respuesta en D} = +7$$

$$CI\ 14 + A\ 35 = 39; \text{ Respuesta en D} = -5$$

$$CI\ 35 + A\ 4 = 39; \text{ Respuesta en D} = -2$$

c) Finalmente para obtener las tres raíces de la ecuación $x^3 + 6x^2 - 27x - 140 = 0$.

a los valores se suma -2 , segundo término del binomio $(x - 2)$:

$$x_1 = +7 - 2 = +5$$

$$x_2 = -5 - 2 = -7$$

$$x_3 = -2 - 2 = -4$$

Operación	Coincidir	Cursor en	Resp. en	Operación	Coincidir	Cursor en	Resp. en
18×4	D 18 y C 1	C 4	D 72	$3^x = 9$	LL 3 y C 1	LL 9	C 2 = x
7×3	D 7 y C 10	C 3	D 21	$5^x = 40$	LL 5 y C 1	LL 40	C 2.3 = x
$8 : 5$	D 8 y C 5	C 1	D 1.6	$6^x = 2.05$	LL 6 y C 1	LL 2.05	C .4 = x
$22 : 4$	D 22 y C 4	C 10	D 5.5	$\sqrt{x/8.4} = 2.9$	LL 2.9 y C 1	LL 8.4	C 2 = x
$1.5 : 2 = x : 8$	D 2 y C 15	D 8	C 6 = x	$\sqrt{x/20m} = 3$	LL 3 y C 1	LL 20m	C 9 = x
$3 : 1.8 = 4 : x$	D 1.8 y C 3	C 4	D 2.4 = x	$\sqrt{x/8} = 4$	LL 4 y C 1	LL 8	C 1.5 = x
5^2	LL 5 y C 1	C 2	LL 25	5^2	LL 5 y C 1	C 2	LL 1.38
3^4	LL 3 y C 1	C 4	LL 81	2^4	LL 2 y C 10	C 4	LL 1.32
2^5	LL 2 y C 10	C 5	LL 32	2^4	LL 2 y C 10	C 4	LL 16
$6^{1.7}$	LL 6 y C 1	C 1.7	LL 21	$R = \frac{L \times \sigma}{S}$	D 120 y C 2.5	Índice	V .8 Q
$1.02^{3.1}$	LL 1.02 y C 1	C 3.1	LL 1.063	$R = \frac{L \times \sigma}{S}$	D 132 y C 2.4	Índice	V .92 Q
1.02^{31}	LL 1.02 y C 1	C 31	LL 1.85	$198 W =$	D 1 y C 198	Índice	W .27 HP
1.02^{310}	LL 1.02 y C 1	C 310	LL 460	.395 HP	Índice W 395	D 1	C 290 W
1.003^2	LL 1.003 y C 1	C 2	LL 1.006	$\frac{300 \text{ mfd}}{\times 400 \text{ mh}} =$	B 1 y A 2 12	Índice	F _{kc} 459
$\sqrt[5]{170}$	LL 170 y C 5	C 1	LL 4.28	$\frac{250 \text{ mfd}}{\times 200 \text{ mh}} =$	B 1 y A 1 5	Índice	F _{kc} 710
$\sqrt[4]{600}$	LL 600 y C 4	C 1	LL 4.95	$\frac{30 \text{ mfd}}{\times 40 \text{ mh}} =$	B 1 y A 2 12	Índice	F _{kc} 4590
$\sqrt[3]{1.9}$	LL 1.9 y C 8	C 10	LL 1.08	$R = \frac{L \times \sigma}{S}$	$\sigma = \text{Resistencia Cu} = 1/60 \text{ Q}$		
$\sqrt[3]{1.06}$	LL 1.06 y C 3	C 1	LL 7	$F_{kc} = \frac{159000}{\sqrt{C_{mfd} \times L_{mh}}}$	$I = E/R$	$A R = E/I$	Q
$\sqrt[3]{1.008}$	LL 1.008 y C 2	C 1	LL 1.004		$E = IR$	$V = I^2 R$	W

Operación	Cursor en	Resp. en	Operación	Cursor en	Resp. en
1.5^2	D 1.5	A 1 2.25	Log sen 42°	S 42	L 1.825
25^2	D 25	A 1 625	Log tan 15°	T 15	L 1.428
$\sqrt[3]{6}$	A 1 6	D 2.45	Log sen x	L .287	S $11^\circ 10'$
$\sqrt[3]{49}$	A 2 49	D 7	$= \bar{I} .287$		$\therefore x = 11^\circ 10'$
$\sqrt[3]{360}$	A 1 360	D 19	Operación	Cursor en	Resp. en
$\sqrt[3]{3600}$	A 2 3600	D 60	LL 1.007	LL 1.072	
2^3	D 2	K 1 8	LL 1.02	LL 1.22	
3^3	D 3	K 2 27	LL 1.35	LL 1.20	
5^3	D 5	K 3 125	$e^{10.2718^{10}}$	LL 1.22m	
$\sqrt[3]{64}$	K 2 64	D 4	$\sqrt[10]{200}$	LL 1.200	LL 1.17
$\sqrt[3]{125}$	K 3 125	D 5	$\sqrt[10]{1.6}$	LL 1.6	LL 1.048
$4^{3/2} = \sqrt[4]{4^3}$	A 1 4	K 1 8	$\sqrt[10]{.67}$	LL 0.987	LL 0.27
$50^{2/3} = \sqrt[3]{50^2}$	K 2 50	A 2 13.6	$\sqrt[10]{.67}$	LL 0.67	LL 0.996
Log 75	D 75	L 1.875	Log 1.005	LL 1.005	D .00499
Log 900	D 900	L 2.954	Log 1.02	LL 1.02	D .0198
Log 9	D 9	L 0.954	Log 1.6	LL 1.6	D .47
Antilog .021	L .021	D 1.05	Log e	LL e	D 1
Antilog 1.140	L .140	D 13.8	Log 5.5	LL 5.5	D 1.7
Colog 2	C 1 2	L 1.699	Log 600	LL 600	D 6.4
Colog 20	C 1 20	L 2.699	Log 2000	LL 2m	D 7.6
1:5	C 5	C 1 .2	Log .998	LL 0.998	A 1 .002
1:50	C 50	C 1 .02	Log .97	LL 0.97	A 1 .0305
$\sqrt[4]{4}$	B 1 4	C 1 .5	Log .65	LL 0.65	A 1 .43
$\sqrt[3]{125}$	K 3 125	C 1 .2	Log .15	LL 0.15	A 2 .19
5×7^x	D 5	D 7 15.7	e^2	D 2	LL 7.4
sen $4^\circ 30'$	ST 4 30	D .0013	e^5	D 6	LL 4.00
tan $2^\circ 5'$	ST 2 5	D .0364	e^{-4}	D 4	LL 1.49
sen 30°	S 30	D .5	e^{-05}	D 5	LL 1.051
tan $8^\circ 5'$	T 8 5	D .142	e^{-002}	D 2	LL 1.002

Regla de Cálculo D. V. G. Instrucciones

Escalas A=A₁+A₂ B=B₁+B₂ K=K₁+K₂+K₃

OBRAS DEL MISMO AUTOR:

1. Regla de cálculo de 24 escalas.
2. "Teoría y Manejo de las Reglas de Cálculo" (con 927 ejercicios resueltos y 170 dibujos)

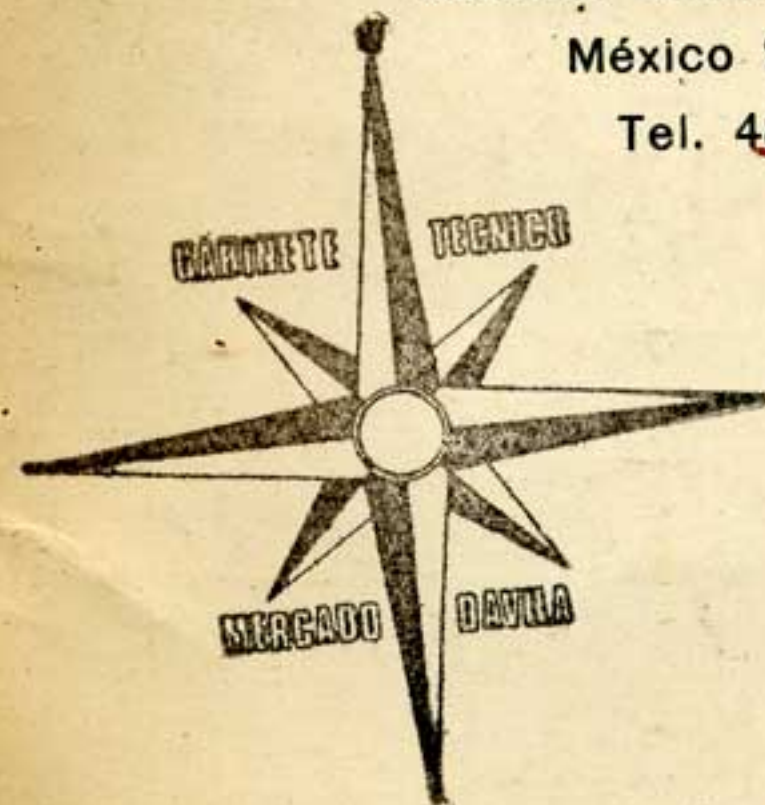
Para consultas:

Profr. Diódoro Velásquez Gómez

Retorno Cerro Tuera No. 35

México 20, D. F.

Tel. 48-12-35



Se acabó de imprimir el 8 de Nov. de 1962 en los talleres de Imp. Galve, Cjón. de San Antonio Abad 39, México, D. F.

De venta en:

HORR Y CHOPERENA,
SUCR., S. A.

Av. Madero No. 40

México 1, D. F.

y en las principales
librerías



EJEMPLAR \$ 7.00

Regla de Cálculo D. V. G. Instrucciones

Operación	Cursor en	Resp. en	Operación	Cursor en	Resp. en
1.5^2	D 1.5	A ₁ 2.25	Log sen 42°	S 42°	L 1.825
25^2	D 25	A ₁ 625	Log tan 15°	T 15°	L 1.428
$\sqrt{6}$	A ₁ 6	D 2.45	Log sen x	L .287	S 11°10'
$\sqrt{49}$	A ₂ 49	D 7	$= \bar{1}.287$		$\therefore x = 11^\circ 10'$
$\sqrt{360}$	A ₁ 360	D 19	Operación	Cursor en	Resp. en
$\sqrt{3600}$	A ₂ 3600	D 60	1.007^{10}	LL ₁ 1.007	LL ₂ 1.072
2^3	D 2	K ₁ 8	1.02^{10}	LL ₂ 1.02	LL ₃ 1.22
3^3	D 3	K ₂ 27	1.35^{10}	LL ₃ 1.35	LL ₄ 20
5^3	D 5	K ₃ 125	$e^{10} 2.718^{10}$	LL ₃ e	LL ₄ 22m
$\sqrt[3]{64}$	K ₂ 64	D 4	$10^{10} 200$	LL ₄ 200	LL ₃ 1.7
$\sqrt[3]{125}$	K ₃ 125	D 5	$10^{10} 16$	LL ₃ 16	LL ₂ 1.048
$4^{3/2} = \sqrt{4^3}$	A ₁ 4	K ₁ 8	$.987^{100}$	LL ₀ .987	LL ₀₀ .27
$50^{2/3} = \sqrt[3]{50^2}$	K ₂ 50	A ₂ 13.6	$100^{10} 67$	LL ₀₀ .67	LL ₀ .996
Log 75	D 75	L 1.875	Log _n 1.005	LL ₁ 1.005	D .00499
Log 900	D 900	L 2.954	Log _n 1.02	LL ₂ 1.02	D .0198
Log 9	D 9	L 0.954	Log _n 1.6	LL ₃ 1.6	D .47
Antilog .021	L .021	D 1.05	Log _n e	LL ₄ e	D 1
Antilog 1.140	L .140	D 13.8	Log _n 5.5	LL ₄ 5.5	D 1.7
Colog 2	C1 2	L 1.699	Log _n 600	LL ₄ 600	D 6.4
Colog 20	C1 20	L 2.699	Log _n 2000	LL ₄ 2m	D 7.6
1:5	C 5	C1 .2	Log _n .998	LL ₀ .998	A ₁ -.002
1:50	C 50	C1 .02	Log _n .97	LL ₀ .97	A ₂ -.0305
$1:\sqrt{4}$	B ₁ 4	C1 .5	Log _n .65	LL ₀₀ .65	A ₁ -.43
$1:\sqrt[3]{125}$	K ₃ 125	C1 .2	Log _n .15	LL ₀₀ .15	A ₂ -1.9
$5 \times 7^\circ$	D 5	D 7 15.7	e^2	D 2	LL ₄ 7.4
sen 4'30"	ST 4'30"	D .0013	e^6	D 6	LL ₄ 400
tan 2°5'	ST 2°5'	D .0364	e^4	D 4	LL ₃ 1.49
sen 30°	S 30°	D .5	$e^{.05}$	D 5	LL ₂ 1.051
tan 8°5'	T 8°5'	D .142	$e^{.002}$	D 2	LL ₁ 1.002

Escalas A=A₁+A₂ B=B₁+B₂ K=K₁+K₂+K₃

Operación	Cursor en	Resp. en	Operación	Cursor en	Resp. en
e-3	A ₂ 3	LL ₀₀ .05	e ^x =a	LL ₄ a	D x
e-5	A ₁ 5	LL ₀₀ .606	e ^x =9	LL ₄ 9	D 2.2
e-.045	A ₂ 45	LL ₀ .956	e ^x =200	LL ₄ 200	D 5.3
18×4	D18 y C1	C4	D72		
7×3	D7 y C10	C3	D21		
8:5	D8 y C5	C1	D1.6		
22:4	D22 y C4	C10	D5.5		
1.5:2=x:8	D2 y C15	D8	C6=x		
3:1.8=4:x	D1.8 y C3	C4	D2.4=x		
5 ²	LL ₄ 5 y C1	C2	LL ₄ 25		
3 ⁴	LL ₄ 3 y C1	C4	LL ₄ 81		
2 ⁵	LL ₃ 2 y C10	C5	LL ₄ 32		
6 ^{1.7}	LL ₄ 6 y C1	C1.7	LL ₄ 21		
1.02 ^{3.1}	LL ₂ 1.02 y C1	C3.1	LL ₂ 1.063		
1.02 ³¹	LL ₂ 1.02 y C1	C31	LL ₃ 1.85		
1.02 ³¹⁰	LL ₂ 1.02 y C1	C310	LL ₄ 460		
1.003 ²	LL ₁ 1.003 y C1	C2	LL ₁ 1.006		
$\sqrt[5]{170}$	LL ₄ 170 y C5	C1	LL ₄ 2.8		
$\sqrt[4]{600}$	LL ₄ 600 y C4	C1	LL ₄ 4.95		
$\sqrt[3]{1.9}$	LL ₃ 1.9 y C8	C10	LL ₂ 1.08		
$\sqrt[3]{1.06}$	LL ₂ 1.06 y C3	C1	LL ₄ 7		
$\sqrt{1.008}$	LL ₁ 1.008 y C2	C1	LL ₁ 1.004		
3 ^x =9	LL ₄ 3 y C1	LL ₄ 9	C2=x		
5 ^x =40	LL ₄ 5 y C1	LL ₄ 40	C2.3=x		
6 ^x =2.05	LL ₄ 6 y C1	LL ₃ 2.05	C.4=x		
$\sqrt[3]{8.4}=2.9$	LL ₄ 2.9 y C1	LL ₄ 8.4	C2=x		
$\sqrt[3]{20m}=3$	LL ₄ 3 y C1	LL ₄ 20m	C9=x		
$\sqrt[3]{8}=4$	LL ₄ 4 y C1	LL ₄ 8	C1.5=x		
5 ⁻²	LL ₄ 5 y C1	C2	LL ₃ 1.38		
2 ⁻⁴	LL ₃ 2 y C10	C4	LL ₃ 1.32		
2 ⁴	LL ₃ 2 y C10	C4	LL ₄ 16		
$R = \frac{120 \times \sigma}{2.5}$	D120 y C2.5	Índice	V .8 Ω		
$R = \frac{132 \times \sigma}{2.4}$	D132 y C2.4	Índice	V .92 Ω		
198 W =	D1 y C198	Índice	W .27 HP		
.395 HP =	Índice W395	D1	C290 W		
$\frac{300 \text{ mfd} \times 400 \text{ mh}}{250 \text{ mfd} \times 200 \text{ mh}}$	B ₁ 1 y A ₂ 12	Índice	F _{kc} 459		
$\frac{250 \text{ mfd} \times 200 \text{ mh}}{30 \text{ mfd} \times 40 \text{ mh}}$	B ₁ 1 y A ₁ 5	Índice	F _{kc} 710		
$\frac{30 \text{ mfd} \times 40 \text{ mh}}{159000}$	B ₁ 1 y A ₂ 12	Índice	F _{kc} 4590		
$R = \frac{L \times \sigma}{S} \Omega$	$\sigma = \text{Resistencia Cu} = 1/60 \Omega$				
$F_{kc} = \frac{159000}{\sqrt{C_{\text{mfd}} \times L_{\text{mh}}}}$	$I = E/R \quad AR = E/I \Omega$				
					$E = IR \quad VL = I^2 R \quad W$

Prohibida la Reproducción

Diódoro Velásquez G.