

# El Círculo Logarítmico del IGN



## Contenido

El Hallazgo.....	2
La Investigación.....	3
La Búsqueda.....	4
El Resultado: los Detalles del Círculo Logarítmico .....	5
El Manual .....	5
Estructura.....	5
Escala en la Corona .....	8
Escala en el Disco .....	10
Escala de Cosenos Cuadrados.....	10
Escala de Tangentes.....	11
Escala de Senos.....	11
Escala de Números.....	12
Escala de Constantes .....	12
Escala Sexagesimal.....	13
Separación entre Escalas .....	13
Tabla Resumen de Escalas en el Disco.....	14
El Cursor .....	15
La Reglilla .....	15
El Nonio.....	16
El Celuloide .....	16
El Sistema Micrométrico.....	17
Utilidad del Tornillo Micrométrico .....	18
La Caja del Aparato .....	19

Utilidad del Círculo Logarítmico.....	19
Las Otras Incógnitas.....	20
¿El autor del manual es el diseñador del aparato? .....	21
¿Quién fabricó el círculo logarítmico? .....	21
Agradecimientos.....	22
Bibliografía.....	22
Anexo: Longitud de las Escalas del Disco.....	23

## El Hallazgo

Como muchas otras cosas hoy en día, lo primero que supimos de este aparato lo encontramos en Internet. Y fue un compañero, Gonzalo Martín, quién lo encontró al consultar una página del Instituto Geográfico Nacional (IGN), donde se presentaba una exposición en el Palacio de las Balsas, la sede del IGN en Murcia.



El Palacio de las Balsas, sede del IGN en Murcia

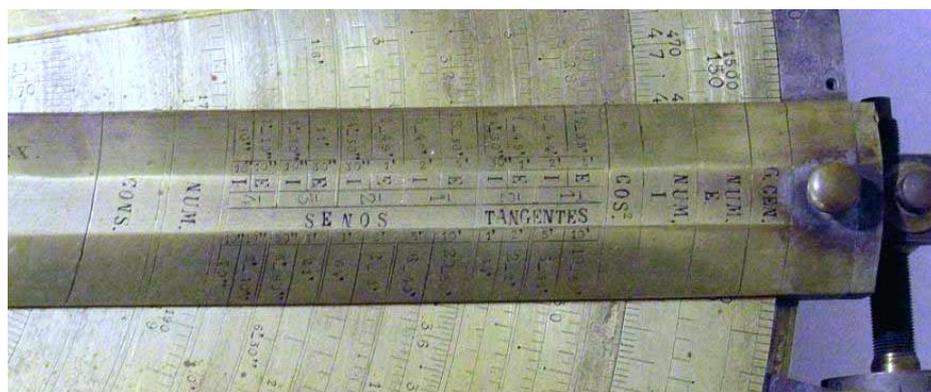
Buscando un poco más, Gonzalo encontró una descripción resumida en la “Colección de Instrumentos” (<http://www.ign.es/ign/layoutIn/museoInstrumento.do?codigoInstrumento=149>). En ésta se indica que posiblemente fue fabricado hacia 1910 y que tiene unos 40 cm de diámetro.

*“Este instrumento de gabinete consistía en una regla de cálculo en forma circular y diseñada especialmente para el cálculo topográfico. Permitía el cálculo de logaritmos, así como magnitudes trigonométricas en las dos escalas de ángulos: centesimales y*

*sexagesimales. El empleo de este tipo de círculos agilizó notablemente la mayoría de los cálculos asociados al relleno taquimétrico.*

Naturalmente esto disparó el interés de nuestra asociación (ARC: Amigos de las Reglas de Cálculo [www.arc.reglasdec calculo.org](http://www.arc.reglasdec calculo.org)). Afortunadamente, Gonzalo pudo contactar con el IGN de Madrid y conseguir una copia del manual del instrumento en formato pdf [1]. Aunque se trataba de la copia de un manuscrito (un borrador no definitivo) bastante deteriorado, le permitió la obtención de los datos principales del aparato, como sus dimensiones y la configuración de sus escalas.

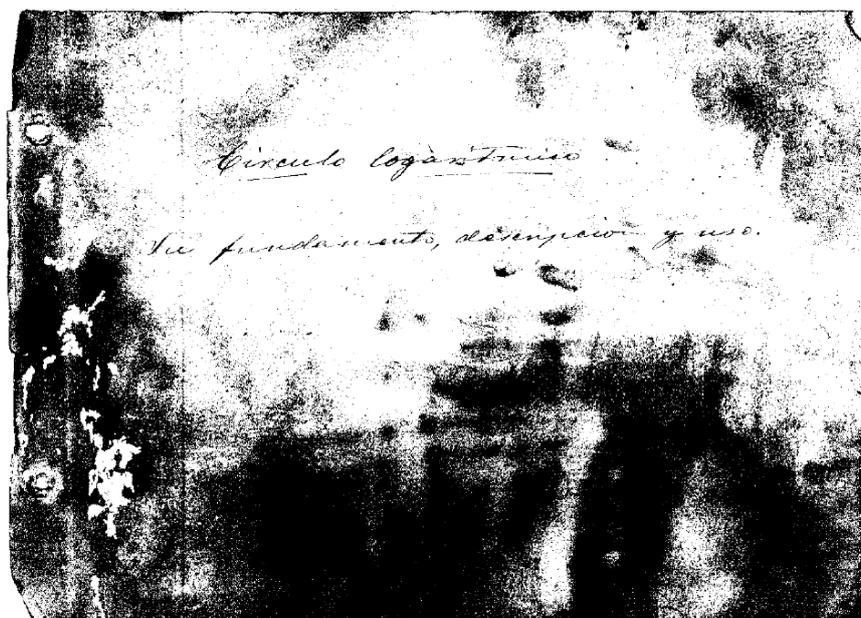
Pero, aunque ya teníamos una descripción general el aparato, aún quedaban una serie de detalles por aclarar: ¿para qué el tornillo micrométrico? ¿Cómo es que se veían tantas escalas circulares (escalas en espiral...)? ¿Qué eran todos los textos y números de la reglilla?



Primera foto de detalle de la reglilla

## La Investigación

Hacía falta estudiar el manual en detalle y ver qué se podía extraer en claro del mismo.

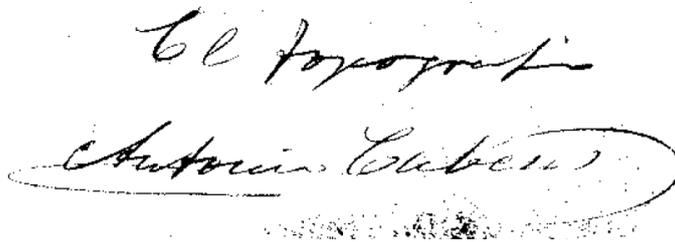


Portada del manual de uso

Para ello lo primero fue transcribir el documento a un formato de texto electrónico, que permitiera una lectura más fácil y poder compartirlo. A la dificultad de ser un manuscrito en borrador y al estado deteriorado del original

se le añadió que el lenguaje usado, si bien técnico, mostraba el paso de los años, (más de un siglo si la hipótesis del IGN es correcta).

Pero el manual de uso permitió conocer la función del aparato, según la opinión del autor de dicho manual, el topógrafo Antonio Cabezas.

The image shows a handwritten signature in black ink. The top line of the signature reads "El topógrafo" in a cursive script. Below it, the name "Antonio Cabezas" is written in a similar cursive style, enclosed within a large, hand-drawn oval. The signature is centered on the page.

Firma del autor en la última página del manual

*“...Los problemas que en topografía se pretenden resolver con este aparato, como aquellos en los cuales el factor de distancia se ha obtenido por medición directa hecha con cinta métrica o cadena, como medios generales, o con anteojos estadimétricos, exterior o centralmente analíticos.”*

## La Búsqueda

Tras el estudio del manual de uso ya conocíamos las bondades del aparato, todo el detalle de sus escalas, su modo de empleo y sus detalles constructivos. Pero aún quedaba algún detalle oscuro, sobre todo debido a la complejidad de una descripción sin imágenes, únicamente con texto. Y estaba el interés por intentar encontrar alguna marca oculta en el aparato que pudiera dar pistas sobre su fabricación (autor, fecha...). Y todo lo hallado hasta el momento merecía ser documentado aprovechando los medios actuales, incluyendo un mínimo de fotos del aparato.

Se imponía un viaje a la delegación del IGN de Murcia para estudiar el Círculo Logarítmico y para fotografiarlo. Y de este modo Gonzalo consiguió un nombre de contacto y yo me puse manos a la obra. Al poco, Ángel Crespo, Jefe de la Delegación Regional del IGN en Murcia me había invitado a visitarles, poniendo a mi disposición el Círculo Logarítmico para su estudio detallado.

De este modo, a primeros de septiembre de 2015 me presenté en el Palacio de las Balsas de Murcia y con Ángel nos pusimos en faena. Tras una primera evaluación de su estado, (aparato y caja), comprobamos que era fácilmente desmontable para estudiar sus interioridades. También constatamos la falta de una pieza en la parte superior del eje central y el mal estado del cursor plástico solidario a la reglilla metálica (parecía un añadido o reconfiguración posterior).

En resumen, desmontar, estudiar, limpiar, fotografiar detalles y volver a montar. La lástima mi poca experiencia y medios para el fotografiado de este tipo de equipos. Mi objetivo era la composición en alta resolución de los distintos detalles del equipo: las escalas, las piezas, y el tornillo micrométrico. Ahora sé que fotografiar un equipo que es básicamente una superficie metálica pulida grabada supone obtener reflejos de todo lo que rodea a la fotografía. Y también que para poder combinar una serie de fotografías es necesario asegurar una gran repetitividad en la manera de hacerlas. El resultado que obtuve fue un gran número de fotos con una calidad razonable, pero imposibles de combinar.

En cualquier caso, no puedo más que agradecer la disponibilidad del personal del IGN en Murcia y espero que este escrito ayude a mostrar la importancia del equipo que tienen como ejemplar destacado en su exposición.

## El Resultado: los Detalles del Círculo Logarítmico

Tras esta introducción veamos los detalles del aparato, combinando la información del manual de uso y las fotografías obtenidas.

### El Manual

El manual está compuesto en cuatro partes. La primera empieza con una introducción a la teoría de los logaritmos y su aplicación a las reglas de cálculo (con su invención erróneamente asignada a Gunter [2]). Tras una primera descripción de la estructura del aparato, se pasa entonces a explicar la construcción de las escalas principales. Se habla en esta parte de que el aparato permite llegar a las cinco cifras en dichas escalas principales.

En la segunda parte se presentan los límites de uso del aparato, justificando su utilidad para los cálculos ya mencionados. En la tercera parte (primera parte del capítulo 3), se describe en detalle la estructura mecánica de este aparato de cálculo y el uso de cada una de sus partes.

En la última parte se explican las escalas, sus divisiones y su interrelación. En este escrito me salto la teoría de logaritmos y paso directamente a presentar las partes del aparato, para seguir con los detalles de sus escalas y dejar para el final la reglilla y el número de cifras manejables.

### Estructura

Ya hemos visto que el Círculo se compone básicamente de un disco central rodeado por una corona metálica de donde parte toda la estructura de soporte. Según el manual, la corona metálica tiene un diámetro exterior de 39,3 cm y uno interior de 34,9 cm, lo cual hemos comprobado. Y la estructura se sustenta sobre tres tornillos-pie equidistantes. Del anillo parten cuatro brazos rectos que van a reunirse en su centro en una columna tronco-cónica de muy poca altura.



Detalles de la estructura de soporte

Dentro de esta corona gira el disco que engrasa con ella, siendo su espesor de cuatro milímetros, (y su diámetro 34,9 cm). A modo de comparación, un disco de vinilo LP hace 30,5 cm (y desde luego es más fino).



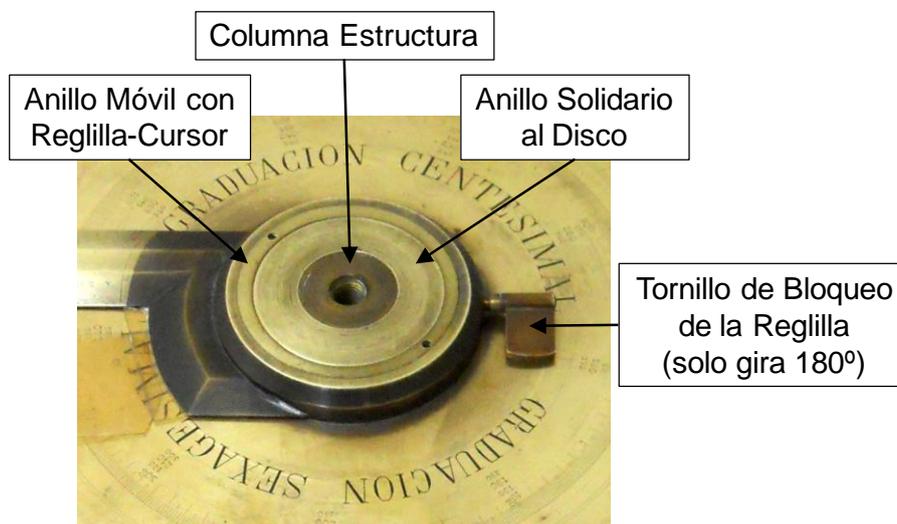
El disco colocado



El disco suelto

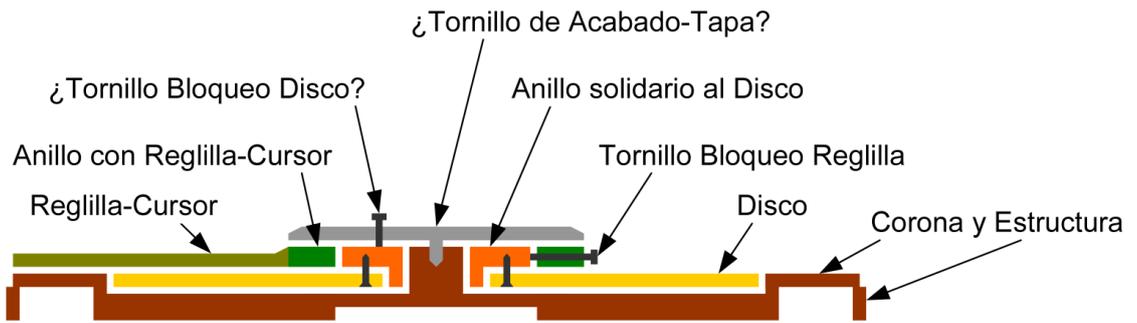
El disco lleva unido en su centro un fuerte anillo (con cinco tornillos) que se ajusta a la superficie cónica de la columna central de la estructura y que le sirve de eje de giro. Sobre este anillo gira libremente otro que queda también a la misma altura y del que parte una reglilla-cursor de mayor longitud que el radio exterior de la corona fija.

Un tornillo de presión situado en la superficie lateral del anillo de la reglilla-cursor permite bloquear su giro y hacerla solidaria al disco.



Detalle de los anillos centrales sobre el disco

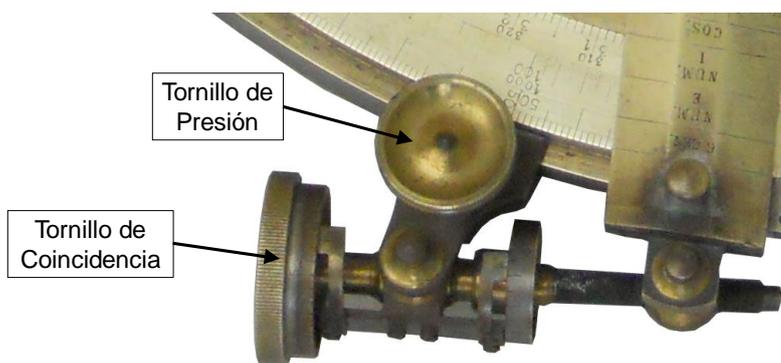
El manual dice ahora que en la columna central va enroscado un tornillo cuya cabeza, paralela al plano del disco, cubre a dicha columna y a los anillos de éste y de la reglilla. Sin embargo, aunque se aprecia bien el orificio roscado central respectivo, esta pieza (tornillo de acabado-tapa) está desaparecida. La función de esta pieza era la de fijar el disco a la estructura, por medio de otro tornillo de presión, que llevaba, y que actuaba sobre la superficie superior del anillo del disco. La función de bloqueo de este tornillo era independiente de la del tornillo de bloqueo de la reglilla.



Simulación de una sección del disco (escala libre), incluyendo una propuesta del tornillo de acabado-tapa

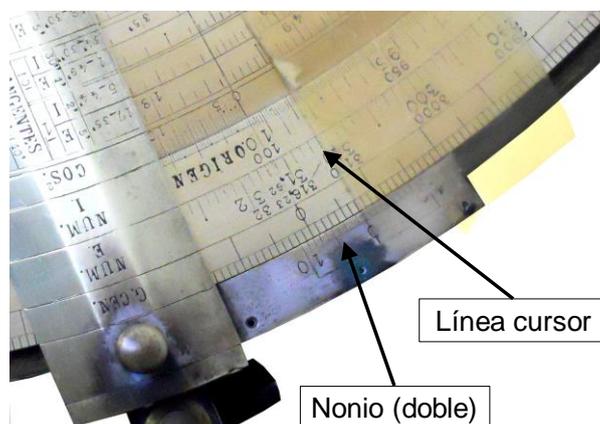
Una posible razón para que haya desaparecido esta pieza sería, quizá, el que incrementara el rozamiento del conjunto central. Esto habría motivado que su usuario hubiera optado por desmontarlo y dejarlo en la caja del círculo, de donde se habría acabado perdiendo. Otra hipótesis sería que este tornillo de acabado-tapa hubiera incluido un brazo con una lupa que, por ejemplo, al haberse estropeado, hubiera supuesto el desmontarlo para que no molestara, o para enviarlo a reparar, etc.

En cuanto a la reglilla, en su extremo exterior hay un sistema con un tornillo de presión y otro de coincidencia, para permitir su giro libre o de precisión.



Detalle del tornillo micrométrico

También en su extremo se encuentra un sistema de doble nonio, que permite discernir decimales de las divisiones de la escala exterior de la corona. Es más, esto nos indica que la línea de lectura del cursor, estaría en la pieza de plástico asociada a la reglilla metálica, con lo que la función de esta última sería únicamente de soporte y guía. Por desgracia, como ya hemos indicado, esta pieza de plástico está claramente rota y ha sido colocada con posterioridad, haciendo su borde las funciones de línea del cursor.



Detalle del extremo de la reglilla-cursor

Por último, en el manual también se habla de un nonio situado en el celuloide y contiguo a la escala más interior del disco, para permitir distinguir decimales entre las divisiones de la misma. Como la pieza de plástico (celuloide) no es la original, este nonio ha desaparecido, aunque ya veremos que existe una franja sin marcas en el disco, sobre la cual este segundo nonio estaría situado.

### Escalas en la Corona

En la corona hay tres escalas concéntricas, llamadas, de fuera a dentro, “Grados Centesimales”, “Números Exterior” y “Números Interior”. En la terminología de las reglas de cálculo las podríamos llamar, respectivamente, L, DF (desplazada  $\sqrt{10}$ ) y D.

El manual nos informa de que la longitud de la escala L es de 1,2331 metros, con un diámetro de 0,3925 m. Aunque hemos comprobado este dato, los medios empleados solamente nos han permitido precisar los 0,392 m. Así mismo, el manual asigna a la escala DF una longitud de 1,150 metros, y a la D una longitud de 1,095 metros.

Para los detalles de las escalas, lo mejor un resumen en una tabla:

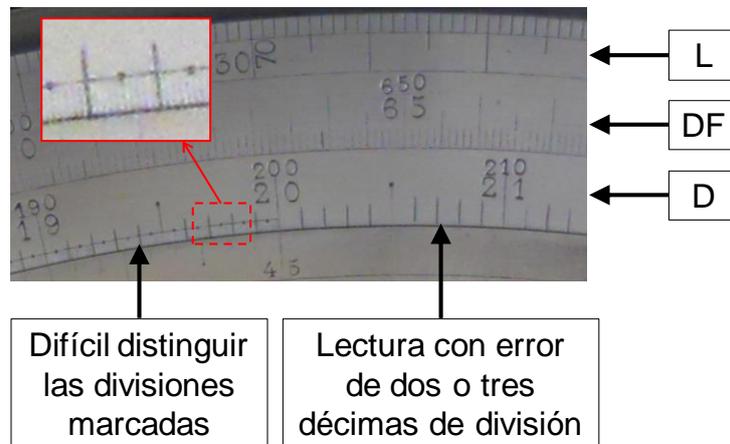
Nombre	Longitud (m)	Rango Numeración	Divisiones Marcadas	Con el Nonio	Comentarios
Grados Centesimales (L)	1,2331	0 <sup>g</sup> a 100 <sup>g</sup> [100 <sup>g</sup> a 0 <sup>g</sup> ] (0 a 1)	10' (0,001)	1' (0,0001)	<ul style="list-style-type: none"> <li>• La numeración tanto identifica el logaritmo, respecto a la escala D, como los grados centesimales en relación con la escala de grados sexagesimales del disco (para conversión directa).</li> <li>• Incluye también la numeración inversa (ángulo complementario) colocada perpendicularmente a la primera.</li> </ul>
Números – Exterior (DF)	1,150	10 a 100 100 a 1000	0,01 de 10 a 20 0,1 de 20 a 100	N/A	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escala con doble numeración concéntrica.</li> <li>• Las divisiones permiten localizar los números del 1 al 2.000</li> <li>• Origen diametralmente opuesto a las otras dos escalas.</li> </ul>
Números – Interior (D)	1,095	10 a 100 100 a 1000	0,1 de 20 a 100 0,01 de 10 a 20	N/A	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Escala con doble numeración concéntrica.</li> <li>• Las divisiones permiten localizar los números del 1 al 2.000</li> </ul>

Las escalas D y DF son las que se usarán con las escalas trigonométricas del disco (que describiremos a continuación). Por tanto, son las que nos darán distancias en los “problemas de topografía” a que se refiere el manual (para justificar la utilidad del aparato). Así, el autor del manual detalla los dígitos con que se puede trabajar para cada rango de distancias:

- Se leen milímetros de 1 a 2 metros, y se aprecian sus décimas.
- Se leen centímetros de 2 a 20 metros, y se aprecian milímetros.
- Se leen decímetros de 20 a 200 metros, y se aprecian centímetros.
- Se leen metros de 200 a 2.000 metros, y se aprecian decímetros.
- Se leen decámetros de 2.000 a 20.000 metros, y se aprecian metros.

En definitiva, el autor concluye que con el aparato es posible apreciar  $\frac{1}{20.000}$  o, en definitiva, con un factor 0,00005. Habiendo visto el aparato mi opinión es que la “apreciación” a simple vista no llega a ese valor, pues se trata de dividir por diez la distancia entre dos marcas consecutivas de la escala D, o DF. Si en las primeras

divisiones a partir de la marca “20” de la escala yo me vería capaz de apreciar, leer entre divisiones, con un error de dos o tres décimas, en las últimas divisiones de cada rango indicado (de 100 a 200 para el rango empezando por 20) ya es muy difícil leer las divisiones marcadas.



Las divisiones de tercer nivel están muy juntas a la izquierda del “20-200”

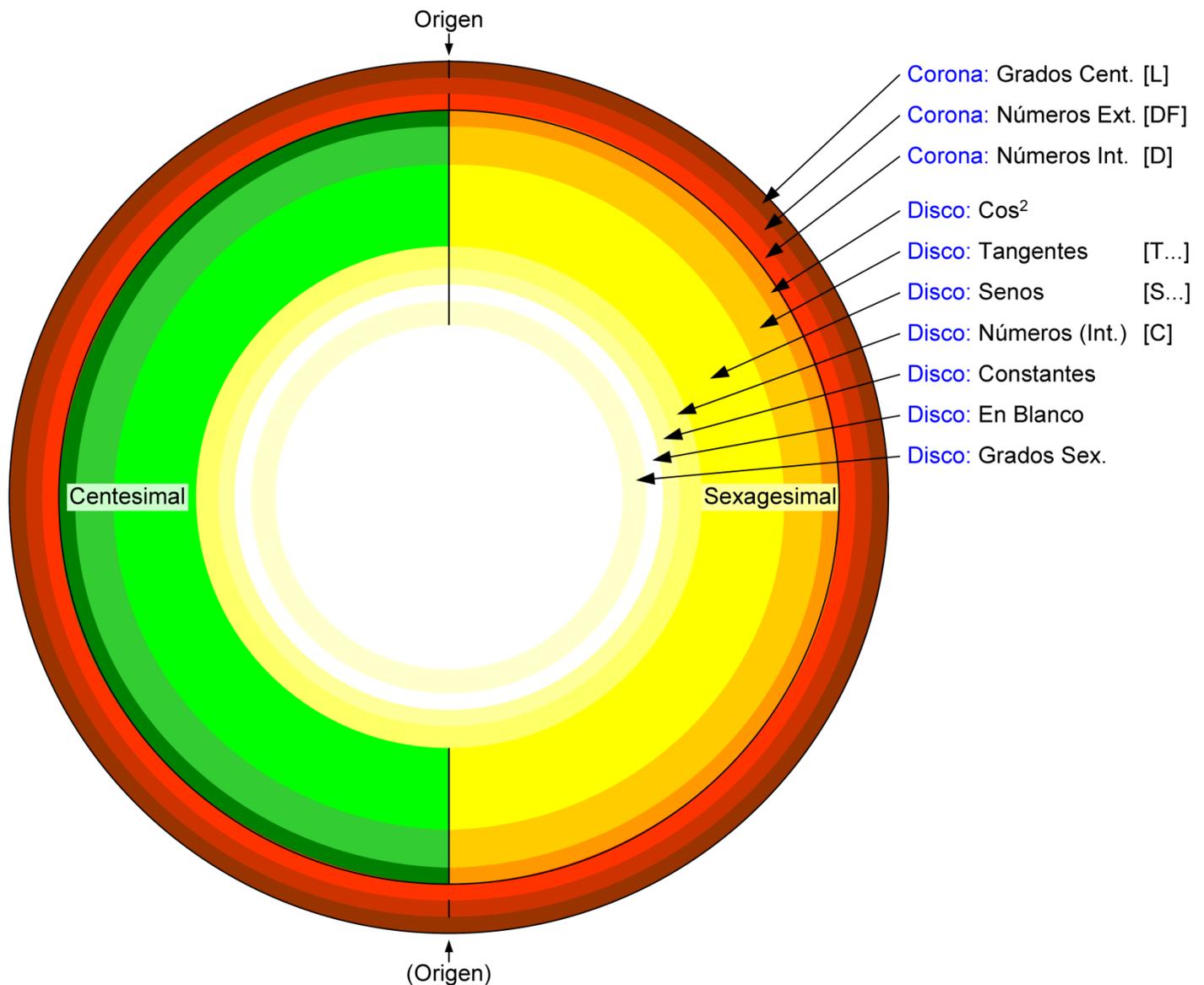
Esto podría llevarnos a concluir que este aparato podría haber incluido una lupa que permitiera una apreciación con un detalle mayor que la simple vista. Y esto apoyaría la hipótesis previa de un brazo con lupa fijo en el tornillo central de acabado o tapa actualmente desaparecido.

Dicho esto, no obstante, parece que el detalle de la lectura de las divisiones (que es  $\frac{1}{2.000}$  o 0,0005) podría ser suficiente para el propósito que presenta el autor en el manual:

*El error máximo tolerado en las distancias medidas con cinta y en terreno de medianas condiciones en cuanto a la regularidad de su superficie, es de 0,002 de la distancia medida, y operando con estadía, se admite el mismo error, tomando como división de la mira la de un centímetro por metro de distancia, y como anteojo uno que amplifique x0 diámetros, cuyo alcance efectivo es próximamente de 300 metros.*

## Escalas en el Disco

En el disco la estructura de escalas se complica en cuanto a su comprensión, pero permitiendo un uso experto relativamente sencillo. Lo primero a tener en cuenta es que el diseño contempla el cálculo con grados centesimales y con grados sexagesimales, reservando zonas separadas del disco para cada caso. Esquemáticamente, ésta sería la configuración de escalas del aparato:



Esquema con la configuración de las escalas en el Círculo Logarítmico

A grandes rasgos, pues, vemos que el disco incluye, de fuera a dentro, una escala de cosenos cuadrados, una de tangentes, una de senos, una de números (C en nomenclatura de regla de cálculo), una de constantes, y una de grados sexagesimales (tras una franja en blanco).

## Escala de Cosenos Cuadrados

De hecho, se trata de cuatro escalas consecutivas, dos para grados sexagesimales y dos para centesimales. Lo primero que especifica el autor del manual es que las escalas hacen referencia al ángulo de pendiente y no a los cenitales, entendiéndose que es muy fácil para un experto hacer la conversión correspondiente en caso necesario (por ejemplo  $12^\circ$  de pendiente se corresponde con  $102^\circ$  y  $78^\circ$  cenitales).

La primera escala en ambos casos abarca medio cuadrante (hasta  $45^{\circ}$  y hasta  $50^{\circ}$ ) y está invertida, para cumplir la premisa de que los valores numéricos crezcan en sentido horario. Así, con el disco en la posición de origen, el  $0^{\circ}$  coincide con el origen de la escala D, el  $0^{\circ}$  con el origen de la escala DF, y los  $45^{\circ}$  y  $50^{\circ}$  coinciden con el 2 de las escalas D y DF respectivamente. Por un lado, el encontrar el valor del coseno cuadrado no supone mayor complicación que hacer una resta (el ángulo coincidiendo con el Origen de la escala D y el resultado en la escala D coincidiendo con el 0 de la escala de cosenos cuadrados), y, por el otro, las multiplicaciones y divisiones son sumas o restas de distancias entre escalas.

Además, una segunda escala con un tercio de cuadrante (hasta  $30^{\circ}$  y hasta  $33^{\circ}$ ) y en sentido anti horario se ha colocado “un poco separada” de la primera (ambas empiezan en el valor 295 de la escala D o DF respectiva). En el manual no se explica cuál es el beneficio o utilidad de estas segundas escalas.

### Escala de Tangentes

Si la escala D (o la C) dan una vuelta al disco, una escala de tangentes también debería hacerlo, al menos si se pretende cubrir de  $5^{\circ} 44'$  hasta  $45^{\circ}$ . Sin embargo, el diseño del disco solo contempla medias vueltas para cada tipo de grados, así que corta este rango de valores por la mitad y sitúa una mitad sobre la otra. De este modo solo la primera media mitad se corresponde con la primera mitad de la escala D.

Así pues, la segunda mitad de la escala de tangentes está desplazada media vuelta respecto a la escala D. Ahora es cuando entra en juego la escala DF que, al estar desplazada media vuelta ( $\sqrt{10}$ ), permite relacionar los valores de la segunda mitad de la escala de tangentes con la segunda mitad de la escala DF.

Para ayudar a reconocer que media escala trigonométrica va con qué escala D o DF, la reglilla del cursor incluye la letra “I” o “E” en la franja respectiva (ver más adelante). “I” indica que la relación es con la escala de “Números-Interior”, o D, y la “E” marca la relación con la escala de “Números-Exterior”, o DF.

Además, la escala de tangentes incluye también otra escala para cubrir el rango desde  $34'$  hasta  $5^{\circ} 44'$ , también en dos mitades. En una regla de cálculo convencional esta es la escala ST o SRT, pero aquí el mayor número de cifras aún permite distinguir senos de tangentes. Eso sí, para valores aún más pequeños el autor nos refiere ya a las escalas de senos, pues entonces sí que la diferencia es inferior a las cifras leídas.

En total, pues, hay cuatro medias escalas de tangentes, cada una identificada con “I” o “E” según corresponda. Y lo mismo aplica para las escalas centesimales, cuatro medias escalas que cubren de  $64'$  a  $50^{\circ}$ . También en la reglilla hay una indicación del valor de la característica correspondiente a cada escala (o indirectamente el número de ceros a la izquierda de la lectura de D o DF). En el apartado del cursor veremos esto con más detalle.

Por último, el autor del manual menciona que esta disposición en medias escalas hace que los desplazamientos durante los cálculos sean solo de media vuelta como máximo, o sea, más rápidos, aparte de permitir tener las escalas sexagesimales totalmente separadas de las centesimales.

### Escala de Senos

La estructura para las tangentes se repite para los senos, y en este caso el círculo consta de 8 medias escalas para cada tipo de grados, lo que permite cubrir los rangos desde  $30''$  hasta  $90^{\circ}$ , y desde  $70''$  a  $100^{\circ}$ . De nuevo “I” o “E” permite saber qué escala D o DF debemos usar, y también hay indicación de la característica.

Y, como ya he mencionado, también utilizaremos las cuatro medias escalas inferiores para el cálculo de tangentes de esos ángulos (senos y tangentes son indistinguibles para las cifras que permite leer el círculo).

Escala de Números

Se trata de una escala C. A partir de ésta las escalas vuelven a recorrer el disco en su totalidad. También incluye la palabra “Origen” como la escala D, e incluye dos numeraciones en paralelo, de 10 a 100 y de 100 a 1000. Las divisiones permiten leer décimas de 10 a 100, o unidades de 100 a 1000.

Escala de Constantes

Esta es la escala más curiosa del aparato, pues no hay indicación de su aplicación concreta al día a día de un topógrafo. En primer lugar incluye “los valores que más comúnmente entran en las fórmulas geométricas”:

$$\pi \quad 2\pi \quad 3\pi \quad 4\pi \quad \frac{1}{2}\pi \quad \frac{1}{3}\pi \quad \frac{1}{\pi} \quad \frac{2}{\pi} \quad \frac{3}{\pi} \quad \pi^2 \quad \pi^3 \quad \sqrt{\pi} \quad \sqrt[3]{\pi} \quad \frac{4}{3}\pi \quad \frac{3}{4}\pi \quad \frac{2}{3}\pi$$

Pero además en esta escala se incluyen los valores constantes que nos dan:

- el lado del triángulo, cuadrado, pentágono, hexágono, heptágono, octógono, eneágono, decágono, dodecágono, pentadecágono y polígono regular de veinte lados, bien en función del radio, o bien de la apotema;
- la superficie de estos polígonos en función del cuadrado de su lado, de la apotema o del radio.

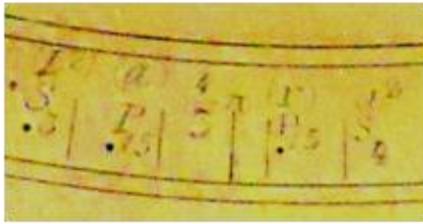
Para identificar las marcas el diseñador ha recurrido a una nomenclatura personal (que yo sepa):



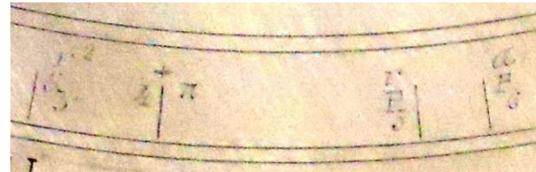
Por ejemplo:

- $P_7^r$  nos permite hallar el lado (P) del heptágono (7) en función del radio (r). La característica es -1.
- $P_7^a$  nos lo da en función de la apotema (a). La característica es -1.
- $S_8^{r^2}$  multiplicada al cuadrado del radio (r) da la superficie (S) del octógono (8). La característica es 0.

En el caso del área del polígono de 20 lados, ésta solo se puede hallar en función del lado. El único detalle que no se describe bien en el manual, es que el “+” que indica una característica de valor 1 se halla, en realidad, encima del símbolo de la constante y no debajo. Unas imágenes de esta escala:



$$S \frac{L^2}{3} ; P \frac{a}{15} ; \frac{4}{3}\pi ; P \frac{r}{15} ; S \frac{a^2}{4}$$

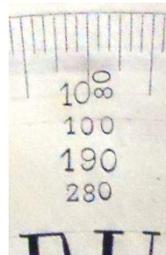


$$S \frac{r^2}{3} ; 4\pi^+ ; P \frac{r}{5} ; P \frac{a}{6}$$

Imágenes de la escala de constantes, incluyendo los casos de la simbología que se ven

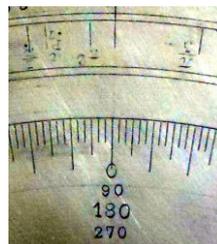
### Escala Sexagesimal

Al igual que la escala exterior de la corona, esta escala cubre un cuadrante, pero incluyendo la numeración de los cuatro cuadrantes en paralelo: 0° a 90°, 90° a 180°, 180° a 270° y 270° a 360°. Las numeraciones cambian de tamaño dos a dos. Las divisiones permiten leer de 10' en 10' y la primera numeración también se encuentra invertida (complementarios de 90° a 0°) pero con los números en perpendicular a los primeros.



Detalle de la numeración sexagesimal

Y al igual también que en dicha escala de la corona, el autor refiere que un “nonio de celuloide” permite encontrar los decimales de cada división, llegando así a leer 1'. Parece claro que este nonio debería estar en el cursor, pues es el único elemento de celuloide del aparato, pero el cursor original ha sido sustituido y en la actualidad este nonio no existe. Sin embargo, podemos identificar dónde se situaba, pues entre la escala de grados sexagesimales y la contigua de constantes existe una franja en blanco, lo que permitiría leer un nonio que estuviera grabado en el cursor sobre la misma.



Detalle de la franja en blanco

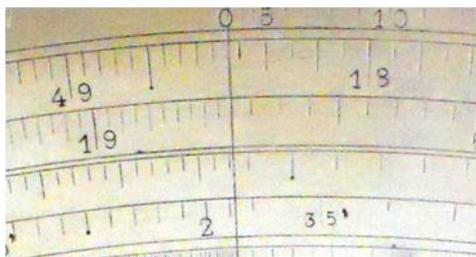
Además, como en el aparato hay una escala de grados centesimales y una de sexagesimales, podemos hacer la conversión de unos a otros con la ayuda del cursor (y con el disco en la posición de origen).

### Separación entre Escalas

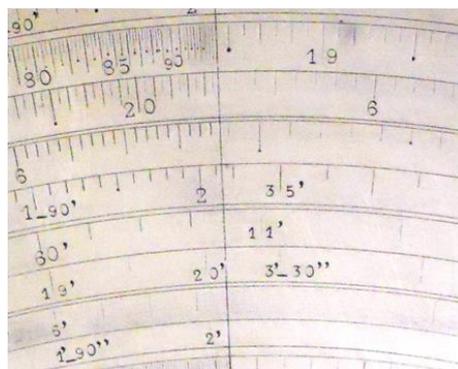
Para facilitar aún más la identificación de la escala en la que trabajamos, las escalas están separadas con:

- Una doble circunferencia de ancho 1 mm entre escalas de distinto tipo (ver imagen previa).
- Una doble circunferencia de ancho 0,5 mm entre escalas del mismo tipo (entre las dos escalas de tangentes y entre las cuatro escalas de senos).

- Nada entre las dos mitades de una misma escala.



Escalas de tangentes



Escalas de senos

Tabla Resumen de Escalas en el Disco

Nombre	Rango Sexagesimal	División	Relación con	Característica	Rango Centesimal	División
Cos <sup>2</sup>	0° a 45° - 30° a 0°	10'	I	-	0 <sup>g</sup> a 50 <sup>g</sup> - 33 <sup>g</sup> a 0 <sup>g</sup>	10'
Tangentes	17° 33' a 45°	5'	E	-1	19 <sup>g</sup> 50' a 50 <sup>g</sup>	10'
	5° 44' a 17° 33'	2'	I	-1	6 <sup>g</sup> 35' a 19 <sup>g</sup> 50'	5'
	1° 49' a 5° 42'	1'	E	-2	2 <sup>g</sup> 2' a 6 <sup>g</sup> 34'	2'
	0° 34' 30" a 1° 48,5'	30"	I	-2	0 <sup>g</sup> 64' a 2 <sup>g</sup> 1'	1'
Senos	18° 30' a 85°	5'	E	-1	20 <sup>g</sup> 50' a 94 <sup>g</sup> 50'	10'
	5° 46' a 18° 26'	2'	I	-1	6 <sup>g</sup> 40' a 20 <sup>g</sup> 45'	5'
	1° 49' a 5° 44'	1'	E	-2	2 <sup>g</sup> 2' a 6 <sup>g</sup> 38'	2'
	0° 34' 30" a 1° 48,5'	30"	I	-2	0 <sup>g</sup> 64' a 2 <sup>g</sup> 1'	1'
	0° 11' 0" a 0° 34' 0"	30"	E	-3	0 <sup>g</sup> 21' a 0 <sup>g</sup> 63'	1'
	0° 3' 30" a 0° 10' 50"	10"	I	-3	0 <sup>g</sup> 6' 50" a 0 <sup>g</sup> 20'	50"
	0° 1' 10" a 0° 3' 20"	10"	E	-4	0 <sup>g</sup> 2' 10" a 0 <sup>g</sup> 6' 30"	10"
0° 0' 30" a 0° 1' 00"	10"	I	-4	0 <sup>g</sup> 0' 70" a 0 <sup>g</sup> 2' 00"	10"	
Nombre	Rango	División	Relación con	Característica	-	-
Números (C)	10 a 100 100 a 1000	0,1 de 10 a 100	= Interior	N/A	-	-
Constantes	Factores de π y para hallar lados y superficies de figuras geométricas.	N/A	I	1, 0 o -1	-	-
(En Blanco)	-	-	-	-	-	-
Grados Sexagesimales	0° a 90° (90° a 0°) 90° a 180° 180° a 270° 270° a 360°	10' (1' con nonio)	N/A	N/A	-	-

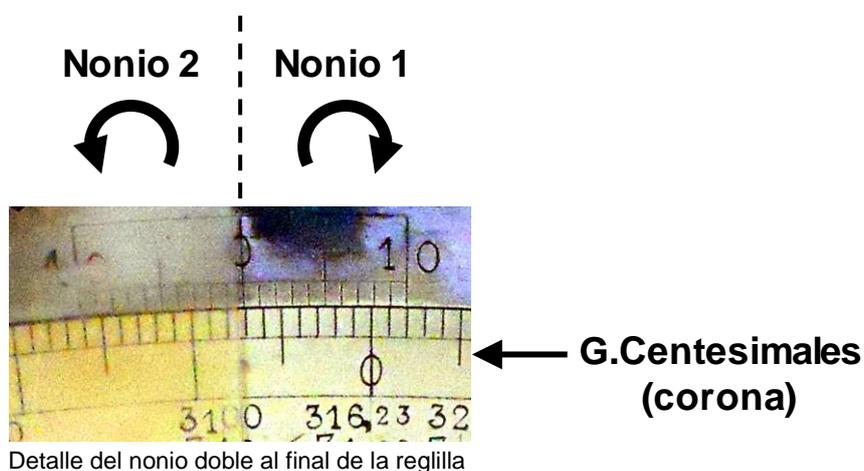


La nomenclatura usada no incluye símbolo para los grados y une las cifras con un guion bajo. Por ejemplo 18\_30', 6'\_50", etc. Y el número negativo de la característica sitúa el signo menos sobre el número, y no delante. Por otro lado, es curioso que el bisel para grados sexagesimales lleve la etiqueta "G.SEX." y no así el bisel de grados centesimales (p.e. "G.CEN.").

### El Nonio

Un nonio o vernier es una pequeña regla adicional a una principal que nos permite leer décimas de las divisiones de la principal (hay bibliografía muy abundante en cuanto a su historia y uso). Aquí se aplica en las dos únicas escalas no logarítmicas: la de grados centesimales y la de grados sexagesimales.

Además, como en estas escalas se incluye una numeración con ángulos creciendo en sentido horario y otra con los complementarios, creciendo en sentido anti horario, el diseñador incluyó dos nonios, uno que empezando en el origen se prolonga hacia su derecha (para los ángulos en sentido horario), y el otro que empezando también en el origen se prolonga hacia su izquierda (para los ángulos en sentido anti horario).

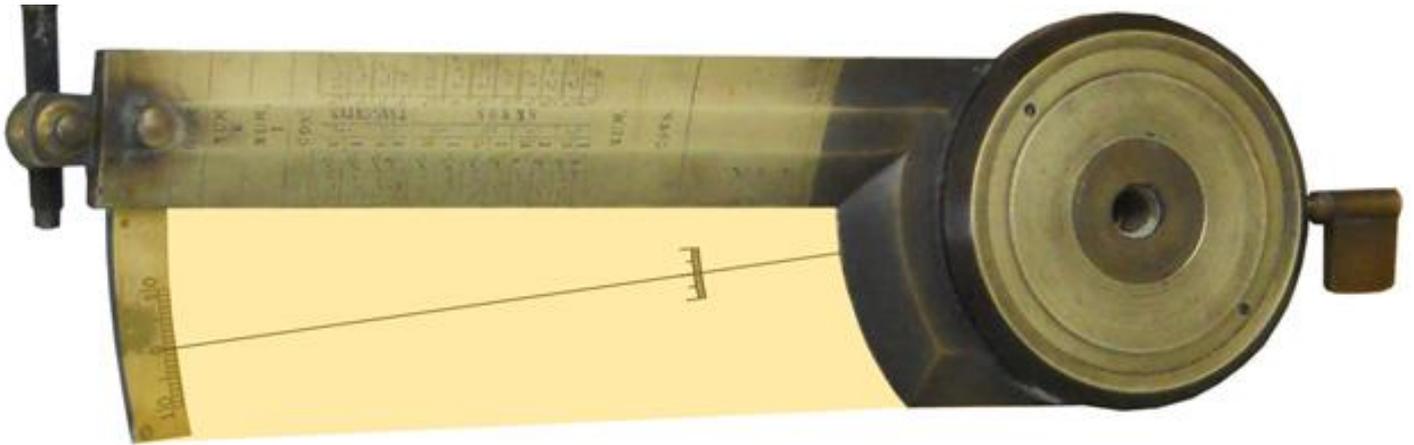


Del mismo modo el nonio que estaría en el celuloide del cursor también sería doble.

### El Celuloide

Conocemos la ventaja de tener la línea del cursor bajo una superficie de cristal o plástico. Todo apunta a que así lo tenía este aparato (en celuloide). Pero este material debió romperse, quizá por degradación prematura, y su propietario tuvo que reponerlo de la mejor manera. Así, a falta de medios mejores, utilizó el borde lineal de otra pieza de plástico para hacer la función de línea del cursor.

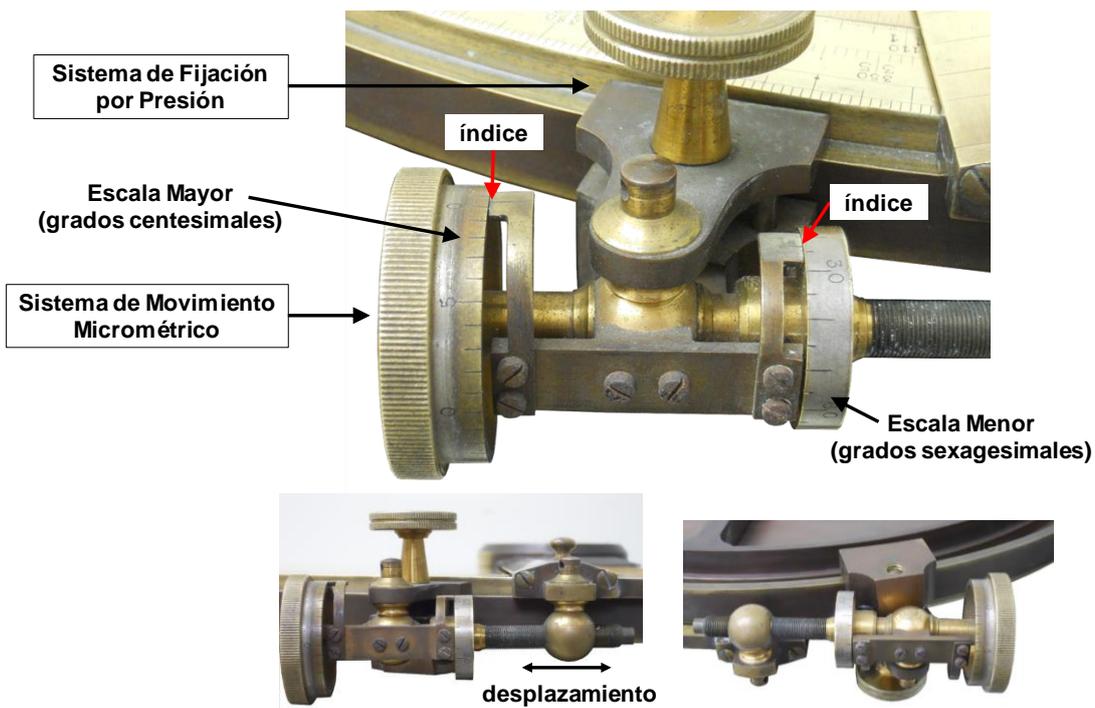
Esta nueva pieza está pegada en su extremo central a otro plástico de soporte (también creo que aplicado con posterioridad) y se fija a la punta del nonio con un pequeño cuadrado de plástico atornillado al mismo. Es una solución funcional, aunque sin el nonio grabado. La siguiente es una simulación del cursor original.



Simulación del cursor de celuloide con una línea y un nonio grabados en el mismo

### El Sistema Micrométrico

La verdad es que esta es la parte que más confusión me ha supuesto, pues aún ahora no tengo claro su utilidad. Para empezar, este sistema es solo para las escalas lineales de grados centesimales (y logaritmos) y de grados sexagesimales, pues va asociada a los nonios respectivos. Veamos el sistema en detalle:



El sistema micrométrico visto desde distintos ángulos para apreciar sus componentes

La fijación consiste en una mordaza actuada por el tornillo vertical, presionando sobre el marco circular exterior de la estructura del aparato. De este punto de fijación el sistema micrométrico desplaza el cursor a lo largo del tornillo horizontal respectivo. La medida del desplazamiento se obtiene por lectura en sendas escalas concéntricas al tornillo, una para cada escala lineal de aparato (la grande para la centesimal y la pequeña para la sexagesimal).

La escala mayor del tornillo está dividida en cuarenta partes identificadas de cinco en cinco como:

0...5...0...5...0...5...0...5...

Cada una de estas divisiones mueve una décima de la división del nonio, es decir, el recorrido de un 0 al siguiente 0 supone mover una división del nonio. De esta manera el sistema permitiría distinguir otro decimal en los números de la escala de grados centesimales.

A su vez, la escala menor del tornillo está dividida en 24 partes (y no completa del todo la vuelta):

0 . . . 30 . . . 60 . . . 30 . . . 60

De este modo, cada división serían 5" del minuto que se podría leer con el nonio que habría en el celuloide del cursor.

### Utilidad del Tornillo Micrométrico

El mismo autor del manual, cuando describe el uso del tornillo, dice:

*"...para cada una de estas partes, las cuales marcan un recorrido de cienmilésimas de la circunferencia o unidad, cuya magnitud es de 0,012 milímetros, cantidad que nuestra percepción no permite apreciar".*

En definitiva, mover el tornillo una división no produce un movimiento que podamos ver a simple vista. Y aunque eso podría no ser problema para situar el cursor en una posición en concreto, sí que lo es cuando tenemos que leer un resultado con este procedimiento (¿cuándo "vemos" que hemos llegado a la división correcta?).

La operación con las escalas del círculo es por observación visual de coincidencia entre escalas o con el cursor, así que todo lo que no permita una comparación visual creo que no sirve. Cabría incluso plantearse cuantas divisiones de las escalas en el tornillo mide cada una de las marcas grabadas en el aparato, o la línea del cursor.

Por otro lado, tenemos también el posicionamiento del conjunto por medio del sistema de fijación, que se desplaza libremente y se coloca, de nuevo, visualmente. Es prácticamente imposible, pues, estar seguros que situamos el cursor en una división exacta según la precisión de las escalas del tornillo, teniendo en cuenta el error visual y la anchura de las marcas ya comentados. Si el origen de la comparación ya tiene un error, y a éste le añadimos el error de la comparación de la medida, a mi entender esto invalida la funcionalidad esperada con el sistema micrométrico.

Por ejemplo, el uso de un micrómetro también se basa en un tornillo capaz de mover distancias menores a la apreciación visual, pero se parte de una puesta a cero por contacto entre puntas de medida (no visual) y de una fijación de la medida por contacto, no visual, con las superficies a medir (y hay que tener una cierta práctica para producir lecturas repetitivas). Y entonces la lectura queda ampliada para que pueda ser leída a simple vista.

De nuevo, quizá, que el diseñador considerara que este tornillo sí era útil podría significar que el aparato disponía de una lupa o medio de ampliar visualmente las distancias leídas, de modo que sí que se pudiera apreciar visualmente lo que mueve dicho tornillo. Pero en el manual no se hace referencia alguna a dicho componente (quizá por considerarlo obvio).

## La Caja del Aparato

El círculo logarítmico tiene una caja para almacenaje y transporte, dentro de las limitaciones de portabilidad de un aparato de estas características:



Caja para la conservación y transporte del aparato

Si bien su estado no es el óptimo (le falta el asa y una parte del fondo), sí que nos permite apreciar un par de detalles sobre el aparato que contenía. Lo primero que vemos es la pequeña cavidad en el centro del interior de la tapa, indicando quizá como sería la terminación final del aparato (lo que he llamado “tornillo de acabado-tapa”). Además, en la parte frontal izquierda del interior vemos una pieza de madera diseñada para sostener algún componente adicional al disco. No hay indicación alguna de qué pudiera ser este componente, aunque, puestos a suponer, podría tratarse de un sistema de brazo con lupa del que ya he insinuado que podría existir.

## Utilidad del Círculo Logarítmico

En la descripción del aparato que hace el catálogo del IGN se incluye el “*cálculo topográfico*” y también el “*relleno taquimétrico*”. Y el autor del manual alude a problemas de topografía donde las distancias se han medido con cinta métrica o cadena, o empleando “*anteojos estadimétricos, exterior o centralmente analíticos*”, y usando ángulos cenitales.

Y el aparato está en el IGN y el manual lo ha escrito un topógrafo. Pero, ¿se trata de un aparato pensado para una aplicación específica? ¿o es un aparato para uso general con gran precisión? ¿Y podría ser un aparato pensado para otro tipo de aplicaciones, como arquitectura, ingeniería civil, etc.?

Conocemos la existencia de reglas de cálculo de diseño específico para topografía vendidas en España en la época en que se diseñó el círculo (hacia 1910), tanto de fabricantes internacionales (como el modelo 28,

Universal, de Nestler), como nacionales (como el modelo Alcaide fabricado por el Taller de Artillería) [3]. Y tenemos bibliografía diversa sobre reglas aplicadas a topografía tanto en España [4] como en el extranjero [5].

En ambos escritos se menciona que para los cálculos topográficos había tres fórmulas a tener en cuenta [5]:

$$\text{Distancia horizontal:} \quad D = A \cdot y \cdot \cos^2(h) \quad (1)$$

$$\text{Distancia vertical:} \quad V = A \cdot y \cdot \text{sen}(h) \cdot \text{cos}(h) \quad (2)$$

$$V = D \cdot \text{tan}(h) \quad (3)$$

Y también se mencionan otras combinaciones para hallar D y V, como la que parte del seno cuadrado y la cotangente, pero que no vienen al caso. Y no explico las variables ni la teoría pues ahora tampoco es el objetivo.

Lo importante es entender el tipo de operaciones necesario y la complejidad para una regla de cálculo genérica. Así que estos aparatos “para topografía” incluyeron escalas específicas que permitían simplificar el proceso de operación, e inicialmente había casi tantas soluciones como fabricantes [5].

Pero la opción que tuvo más éxito incluyó las escalas con el coseno cuadrado y con el producto seno por coseno, enfocándose en el empleo de las fórmulas (1) y (2). Y además las incluían consecutivas en una sola línea, de modo que, una vez obtenido el producto A por y, de un modo muy sencillo (y con mínimo error por manipulación), se obtenían D y V [5]. Tengamos en cuenta que la regla de cálculo de sobremesa es un aparato “pequeño” y donde minimizar el número de cálculos (movimientos de regla o cursor y lecturas) siempre ha sido imperativo.

Pero el Círculo Logarítmico no incluye la escala con el producto seno por coseno, así que al menos esto confirma que su diseño tuvo que ser anterior a dicha generalización de las escalas usadas. Por otro lado, utilizar el conjunto de fórmulas (1) y (3) hace necesario un movimiento más en el aparato, pero dada la cantidad de dígitos con que se puede operar, quizá esto no fuera tan crítico como con sus equivalentes de 25 cm.

Y, por otro, lado, hay que destacar el diseño de las escalas trigonométricas que descienden hasta los valores de 30” sexagesimales y 70” centesimales, aspecto que no he visto en ningún otro aparato. Esto me hace recordar un trabajo que hice sobre una regla dedicada al trazado de vías férreas, donde la inclinación de los desniveles, para que un tren los pueda superar, se diseñaban con ángulos muy pequeños...

En definitiva, hemos visto que el aparato sí que permite cálculos de topografía, aunque no incluye la escala seno por coseno cuyo uso se popularizaría en pocos años, siendo aplicada a multitud de aparatos “para topografía” y con la premisa de su portabilidad, tanto lineales como circulares [4].

Pero, por otro lado, permite cálculos con ángulos muy pequeños y no podemos olvidar la escala de constantes, que realmente incluye variables desconocidas en las reglas “para topografía”. Por lo tanto, quedará para algún lector conocedor del tema, el que pueda encontrar un conjunto de fórmulas de una aplicación tecnológica específica (quizá dentro del campo de la topografía) para los cuales este aparato se demuestre especialmente indicado, permitiendo el uso completo de todas sus características.

## Las Otras Incógnitas

Hasta ahora he ido respondiendo (con datos o hipótesis) a las incógnitas iniciales sobre la configuración y uso del aparato, a partir de la lectura completa del manual y de las imágenes en detalle del aparato. Pero aún quedan unas dudas más generales sobre la autoría y origen del aparato.

## ¿El autor del manual es el diseñador del aparato?

Claramente se ve que el autor del manual conoce bien el Círculo Logarítmico que presenta (tanto en sus detalles constructivos como en su utilización), y además insiste continuamente en justificar la utilidad de su diseño para el uso profesional del mismo. Por otro lado, el manual es un borrador que incluye tachaduras y distintos tramos de numeración de las páginas, demostrando que se trata de una primera versión o una primera compilación donde el autor reúne toda la información que cree necesaria y la va estructurando a medida que completa el documento. En conclusión, se podría deducir que el autor del manual, Antonio Cabezas, es el diseñador del aparato.

Pero una deducción nunca es concluyente, y no hay prueba clara en este sentido. Lo que sí que hemos podido comprobar, gracias a Ángel Crespo, es la existencia de Antonio Cabezas como miembro del Cuerpo de Topógrafos del IGN.

Antonio Cabezas era Topógrafo Ayudante de Topografía y Catastro. Antonio nació en 1871, ingresó en 1900 en el Instituto Geográfico y Catastral (hoy IGN) y se jubiló en 1941 con el cargo de Jefe de Negociado de 1ª clase, tal como se ve en esta hoja del "Escalafón del Cuerpo de Topógrafos, Ayudantes de Geografía y Catastro" de 1 de junio de 1954 [6]:

TOPOGRAFOS JUBILADOS						
Núm. general.	NOMBRE Y APELLIDOS	FECHA del nacimiento.	FECHA del ingreso en el Cuerpo	FECHA del cese en el servicio activo	CATEGORIA en el momento de su jubilación	
1	D. Marco Payo Martín.....	18 Junio 1860	9 Abril 1900	18 Julio 1930	jefe de Negociado de 1.ª clase.....	1
2	» Adolfo Fernández y Fernández .....	6 Abril 1865	9 Abril 1900	6 Abril 1935	jefe de Negociado de 1.ª clase.....	2
3	Sr. D. Manuel Acebal y Arteta.....	5 Ene. 1867	9 Abril 1900	5 Ene. 1937	jefe de Administración de 3.ª clase.....	3
4	» Vicente Trotonda y Mena.....	20 Ene. 1870	9 Abril 1900	20 Ene. 1940	jefe de Administración de 3.ª clase.....	4
5	D. Antonio Cabezas Villalba.....	27 Ene. 1871	9 Abril 1900	27 Ene. 1941	jefe de Negociado de 1.ª clase.....	5
6	Sr. D. Manuel Pérez y Maig.....	27 Mayo 1872	9 Abril 1900	27 Mayo 1942	jefe de Administración de 3.ª clase.....	6
7	D. Brígido Chamero Fuentes.....	1 Feb. 1873	9 Abril 1900	1 Feb. 1943	jefe de Negociado de 1.ª clase.....	7
					jefe de Negociado de 1.ª clase.....	8

Hoja del "Escalafón..." donde se menciona a Antonio Cabezas

Ahora bien, conocido el autor del manual, otro miembro de ARC, José Luis Valbuena, profesional del ramo, nos plantea la duda que, con su formación, el autor podría no haber sido capaz de diseñar el círculo y únicamente habría escrito el manual por encargo, quizá con el aparato a su disposición. Además, José Luis plantea que la escala de áreas de polígonos no parece ser útil para topografía. Esto nos llevaría a que el diseñador sería alguien del entorno profesional de Antonio Cabezas, o quizá algún familiar o amigo. Y habría sido el señor Cabezas el encargado de documentarlo con el propósito, quizá, de introducirlo en el IGN.

## ¿Quién fabricó el círculo logarítmico?

Ninguna de las documentaciones estudiadas nos da idea sobre quién fabricó el aparato. Los equipos técnicos de medida o cálculo de aquella época suelen ser obras de artesanía y de gran profesionalidad. Así, lo normal es que todos lleven una marca clara, con el nombre del fabricante e incluso la dirección de su establecimiento. No dejaban de ser una muestra de sus capacidades (propaganda) y un símbolo del prestigio de su empresa.

Durante el estudio del diseño y fabricación del aparato, un aspecto que no descuidamos fue el buscar cualquier texto o marca que pudiera dar pistas sobre su constructor. Pero, tras la inspección detallada de las partes del equipo, no pudimos encontrar marca alguna, ni siquiera sombra de que alguna vez la hubiera tenido. ¿A qué puede ser debido?

Además, por aquella época existían diversos fabricantes españoles de prestigio y múltiples fabricantes internacionales de gran renombre. ¿Se trata, entonces, de un producto nacional o extranjero?

Encontrándome de nuevo ante la ausencia de pruebas, debo recurrir otra vez a la deducción y a hacer una hipótesis. Como datos de partida he considerado:

- que todo el texto grabado en el aparato está en español,
- que no tiene marca del fabricante,
- que el manual que lo acompaña es un borrador manuscrito,
- que no se conoce la existencia de ningún otro aparato similar o que pudiera derivarse del mismo,
- que el autor del manual es un topógrafo español,
- que el IGN, por aquel entonces Instituto Geográfico Catastral disponía de medios para conseguir la fabricación de equipos para su uso profesional.

En mi opinión, estos datos llevan a la conclusión de que el Círculo Logarítmico es un primer prototipo, realizado siguiendo las indicaciones de su diseñador, y para que el mismo pudiera comprobar las bondades de su invento, mostrarlas a otros colegas o, incluso, para convencer a quien pudiera aprobar o financiar la pieza para una comercialización posterior. Se trataría, entonces, de una fabricación local y en el idioma en uso tanto por el diseñador como el fabricante.

De nuevo debo recalcar, sin embargo y por mucho que los indicios así lo apunten, que no hay prueba alguna que demuestre que el aparato fue fabricado en España y que es un prototipo, aunque tampoco lo hay de lo contrario.

## Agradecimientos

Ya he mencionado mi gratitud al personal del IGN de Murcia, y en especial a Ángel Crespo, por su atención y dedicación a la revisión del aparato durante mi visita a sus instalaciones. Pero también tengo que agradecer a Gonzalo Martín que nos puso en la pista del mismo, que hizo un primer análisis y que participó, junto con José Luis Valbuena, en la revisión crítica de la funcionalidad del aparato. Y a este último, experto en aparatos técnicos de principios del siglo XX, su enfoque imparcial y comentarios precisos.

Por otro lado, también agradecer a mi mujer y mis hijos, por permitirme dedicar tiempo familiar a este trabajo de investigación.

## Bibliografía

- [1] “Círculo Logarítmico: su fundamento, descripción y uso”, por Antonio Cabezas (hacia 1910)
- [2] “History of the Logarithmic Slide Rule”, por Florian Cajori, 1909
- [3] “La Introducción de las Reglas De Cálculo En España” por Gonzalo Martín (2011) [http://www.photocalcul.com/Calcul/Regles/Notices-regles/introduccion\\_reglas\\_en\\_Espagne.pdf](http://www.photocalcul.com/Calcul/Regles/Notices-regles/introduccion_reglas_en_Espagne.pdf)
- [4] “Las Reglas de Calculo Taquimétricas en España (1860-1920)” por Gonzalo Martín (2013) <http://www.reglasdecalculo.com/presentaciones/taquimetricas.html>
- [5] “Stadia or Tachymetrical Slide Rules” por Otto Van Poelje (2005) <http://www.rechenschieber.org/stadia.pdf>
- [6] “Escalafón del Cuerpo de Topógrafos, Ayudantes de Geografía y Catastro” de 1 de junio de 1954, de la Delegación General del Instituto Geográfico y Catastral.

## Anexo: Longitud de las Escalas del Disco

Esta fue una colección de datos que no pensé en medir en detalle y que he extrapolado de las fotografías, a partir de una serie de medidas tomadas (como los diámetros de la corona y del disco...).

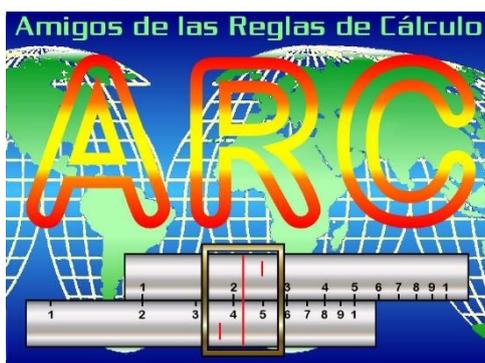
Por este motivo, y porque no se mencionan en el manual de uso, he preferido anexarlas al final del documento, entendiéndolo que son unos datos que, aunque aproximados, permitirán una mejor comparación con otros instrumentos similares, como es el caso de las reglas de cálculo de sobremesa, (con escalas normalmente de longitud 250 mm).

Nombre	Rango	Longitud			Rango
		Década	Completa	Con escalas de S y T	
Cos <sup>2</sup>	0° a 45°	330	-	-	0 <sup>g</sup> a 50 <sup>g</sup>
	30° a 0°	137   134			33 <sup>g</sup> a 0 <sup>g</sup>
Tangentes	5° 44' a 45°	1042	2026	3583	6 <sup>g</sup> 35' a 50 <sup>g</sup>
	0° 34' 30" a 5° 42'	984			0 <sup>g</sup> 64' a 6 <sup>g</sup> 34'
Senos	5° 46' a 85°	928	1790	3347	6 <sup>g</sup> 40' a 94 <sup>g</sup> 50'
	0° 34' 30" a 5° 44'	862			0 <sup>g</sup> 64' a 6 <sup>g</sup> 38'
Senos y Tangentes	0° 3' 30" a 0° 34' 0"	804	1557	-	0 <sup>g</sup> 6' 50" a 0 <sup>g</sup> 63'
	0° 0' 30" a 0° 3' 20"	753			0 <sup>g</sup> 0' 70" a 0 <sup>g</sup> 6' 30"
Números (C)	10 a 100	717			
Constantes	Posiciones Específicas	662			
(En Blanco)	-	-			
Grados Sexagesimales	0° a 90°	573			

(Unidades en mm)

Jose Gabriel Fernández  
10 de enero de 2016

\*\*\* Fin del Documento \*\*\*



<http://www.arc.reglasdecalculo.org/>